令和３年度前期日程入学試験学力検査問題

令和３年２月26日

数　学

理　系
経済学部(理系)
医学部医学科
医学部保健学科放射線技術科学専攻・
検査技術科学専攻

志望学部／学科／専攻	試験時間	指定解答用紙
経済学部(理系) 理学部 医学部医学科 医学部保健学科放射線技術科学専攻 医学部保健学科検査技術科学専攻 歯学部 薬学部 工学部 農学部	10：00～12：30 (150分)	Ⓘ，Ⓘ，Ⓘの マークの用紙 (各表・裏)

注　意　事　項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子，解答用紙を開いてはいけない。**
2. この問題冊子は，６ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお，ページの脱落，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は，必ず**黒鉛筆**(シャープペンシルも可)で記入し，ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. **解答用紙の受験記号番号欄(１枚につき２か所)には，忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。**
5. 解答は，必ず**解答用紙の指定された箇所**に記入すること。
6. **解答用紙を持ち帰ってはいけない。**
7. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

——— このページは白紙 ———

——— このページは白紙 ———

前期：経済学部（理系）・理学部・医学部（医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻）・歯学部・薬学部・工学部・農学部

$\boxed{1}$ a, b を実数とする。曲線 $y = ax^2 + bx + 1$ が x 軸の正の部分と共有点をもたないような点 (a, b) の領域を図示せよ。

$\boxed{2}$ a, b を $0 < a < 1,\ 0 < b < 1$ を満たす実数とする。平面上の三角形 ABC を考え，辺 AB を $a : 1 - a$ に内分する点を P，辺 BC を $b : 1 - b$ に内分する点を Q，辺 CA の中点を R とし，三角形 ABC の面積を S，三角形 PQR の面積を T とする。

(1) $\dfrac{T}{S}$ を a, b で表せ。

(2) a, b が $0 < a < \dfrac{1}{2},\ 0 < b < \dfrac{1}{2}$ の範囲を動くとき，$\dfrac{T}{S}$ がとりうる値の範囲を求めよ。

(3) p, q を 3 以上の整数とし，$a = \dfrac{1}{p},\ b = \dfrac{1}{q}$ とする。$\dfrac{T}{S}$ の逆数 $\dfrac{S}{T}$ が整数となるような p, q の組 (p, q) をすべて求めよ。

3 正八角形 $A_1A_2\cdots A_8$ について，以下の問いに答えよ。

(1) 3 個の頂点を結んでできる三角形のうち，直角三角形であるものの個数を求めよ。

(2) 3 個の頂点を結んでできる三角形のうち，直角三角形でも二等辺三角形でもないものの個数を求めよ。

(3) 4 個の頂点を結んでできる四角形のうち，次の条件 $(*)$ を満たすものの個数を求めよ。

$(*)$ 四角形の 4 個の頂点から 3 点を選んで直角三角形を作れる。

4 座標平面において，次の条件 $(*)$ を満たす直線 ℓ を考える。

$(*)$ ℓ の傾きは 1 で，曲線 $y = x^3 - 2x$ と異なる 3 点で交わる。

その交点を x 座標が小さなものから順に P, Q, R とし，さらに線分 PQ の中点を S とする。

(1) 点 R の座標を $(a, a^3 - 2a)$ とするとき，点 S の座標を求めよ。

(2) 直線 ℓ が条件 $(*)$ を満たしながら動くとき，点 S の軌跡を求めよ。

(3) 直線 ℓ が条件 $(*)$ を満たしながら動くとき，線分 PS が動いてできる領域の面積を求めよ。

(前期：経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部)

5 z を複素数とする。複素数平面上の3点 $\mathrm{O}(0)$, $\mathrm{A}(z)$, $\mathrm{B}(z^2)$ について，以下の問いに答えよ。

(1) 3点 O, A, B が同一直線上にあるための z の必要十分条件を求めよ。

(2) 3点 O, A, B が二等辺三角形の頂点になるような z 全体を複素数平面上に図示せよ。

(3) 3点 O, A, B が二等辺三角形の頂点であり，かつ z の偏角 θ が $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{3}$ を満たすとき，三角形 OAB の面積の最大値とそのときの z の値を求めよ。

6 以下の問いに答えよ。

(1) 正の実数 a と正の整数 n に対して次の等式が成り立つことを示せ。ただし，e は自然対数の底とする。

$$e^a = 1 + a + \frac{a^2}{2!} + \cdots + \frac{a^n}{n!} + \int_0^a \frac{(a-x)^n}{n!} e^x \, dx$$

(2) 正の実数 a と正の整数 n に対して次の不等式を示せ。

$$\frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \leqq \int_0^a \frac{(a-x)^n}{n!} e^x \, dx \leqq \frac{e^a a^{n+1}}{(n+1)!}$$

(3) 不等式

$$\left| e - \left(1 + 1 + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!} \right) \right| < 10^{-3}$$

を満たす最小の正の整数 n を求めよ。必要ならば $2 < e < 3$ であることは証明なしに用いてもよい。