

入学試験問題

数学(文科)



(配点 80 点)

令和 3 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 14 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号(表面 2 箇所、裏面 1 箇所)、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。



人間篇問題 (科文)学集

(編輯者)

昭和二十一年三月二十日

要 目

- 1. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 2. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 3. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 4. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 5. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 6. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 7. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 8. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 9. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)
- 10. 人間篇の問題とその解決の道程 (佐々木 康)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

a を正の実数とする。座標平面上の曲線 C を $y = ax^3 - 2x$ で定める。原点を中心とする半径 1 の円と C の共有点の個数が 6 個であるような a の範囲を求めよ。

計 算 用 紙

計算用紙の用紙を切り離さないで用いよ。

第 2 問

N を 5 以上の整数とする。1 以上 $2N$ 以下の整数から、相異なる N 個の整数を選ぶ。ただし 1 は必ず選ぶこととする。選んだ数の集合を S とし、 S に関する以下の条件を考える。

条件 1 : S は連続する 2 個の整数からなる集合を 1 つも含まない。

条件 2 : S は連続する $N-2$ 個の整数からなる集合を少なくとも 1 つ含む。

ただし、2 以上の整数 k に対して、連続する k 個の整数からなる集合とは、ある整数 l を用いて $\{l, l+1, \dots, l+k-1\}$ と表される集合を指す。例えば $\{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$ は連続する 3 個の整数からなる集合 $\{1, 2, 3\}$, $\{7, 8, 9\}$, $\{8, 9, 10\}$ を含む。

- (1) 条件 1 を満たすような選び方は何通りあるか。
- (2) 条件 2 を満たすような選び方は何通りあるか。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

a, b を実数とする。座標平面上の放物線

$$C: y = x^2 + ax + b$$

は放物線 $y = -x^2$ と 2 つの共有点を持ち、一方の共有点の x 座標は $-1 < x < 0$ を満たし、他方の共有点の x 座標は $0 < x < 1$ を満たす。

- (1) 点 (a, b) のとりうる範囲を座標平面上に図示せよ。
- (2) 放物線 C の通りうる範囲を座標平面上に図示せよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

以下の問いに答えよ。

- (1) 正の奇数 K, L と正の整数 A, B が $KA = LB$ を満たしているとする。 K を 4 で割った余りが L を 4 で割った余りと等しいならば、 A を 4 で割った余りは B を 4 で割った余りと等しいことを示せ。
- (2) 正の整数 a, b が $a > b$ を満たしているとする。このとき、 $A = {}_{4a+1}C_{4b+1}$, $B = {}_aC_b$ に対して $KA = LB$ となるような正の奇数 K, L が存在することを示せ。
- (3) a, b は (2) の通りとし、さらに $a - b$ が 2 で割り切れるとする。 ${}_{4a+1}C_{4b+1}$ を 4 で割った余りは ${}_aC_b$ を 4 で割った余りと等しいことを示せ。
- (4) ${}_{2021}C_{37}$ を 4 で割った余りを求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

