

# 2021 ( R3)年度 東京大学 理科前期 入学試験 物理解説

(物理, 化学, 生物, 地学から 2 科目受験) (配点120点) (150分)

第1問

< 解答 >

ア  $-mgl\cos\theta_0$

( $\theta = \theta_0$  における質点 P の地面からの高さ) - (支点 O の高さ) =  $-l\cos\theta_0$

支点 O における重力による位置エネルギーを 0 とすれば, 運動を開始した時点における質点 P の力学的エネルギーは位置エネルギー  $\boxed{\text{ア}}$   $-mgl\cos\theta_0$  で与えられる。

イ  $\frac{1}{2}mu^2 - mgl\cos\theta$

角度  $\theta$  における位置エネルギー  $-mgl\cos\theta$

運動エネルギー  $\frac{1}{2}mu^2$

したがって, 力学的エネルギーは両者の和で  $\frac{1}{2}mu^2 - mgl\cos\theta$

ウ  $\sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)}$

力学的エネルギー保存則から  $\frac{1}{2}mu^2 - mgl\cos\theta = -mgl\cos\theta_0$ ,

$$u = \sqrt{2gl(\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

(1)

A が飛び降りる前後の運動量保存の法則によって,

$$(m_A + m_B)v_0 = m_A v_A + m_B \times 0, \therefore v_A = \frac{m_A + m_B}{m_A} v_0 \quad (\text{答})$$

(2)

A は鉛直下方に初速 0 で重力による落下運動をするから, 地面に落下するまでの時間は

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \text{したがって } GG' = v_A t = \frac{m_A + m_B}{m_A} \sqrt{\frac{2h}{g}} v_0$$

のウから,  $v_0 = \sqrt{2gl(\cos 0 - \cos\theta_0)} = \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_0)}$ , したがって,

$$GG' = \frac{m_A + m_B}{m_A} \sqrt{\frac{2h}{g}} \sqrt{2gl(1 - \cos\theta_0)} = \frac{m_A + m_B}{m_A} \sqrt{4hl(1 - \cos\theta_0)} \quad (\text{答})$$

$l = 2.0 \text{ m}$ ,  $h = 0.30 \text{ m}$ ,  $\cos\theta_0 = 0.85$ ,  $m_A = m_B$  のとき,  $GG' = 1.2 \text{ m}$  (答)

(1)

力学的エネルギー保存の法則により,  $\frac{1}{2}mv'^2 - mg(l - \Delta l)\cos\theta' = -mg(l - \Delta l)\cos\theta''$

$$\theta' = 1 - \frac{\theta'^2}{2}, \theta'' = 1 - \frac{\theta''^2}{2} \text{ として, } \frac{1}{2}mv'^2 - mg(l - \Delta l)\left(1 - \frac{\theta'^2}{2}\right) = -mg(l - \Delta l)\left(1 - \frac{\theta''^2}{2}\right)$$

$$\therefore (\theta'')^2 = \frac{v'^2}{g(l-\Delta l)} + \theta'^2 \quad (\text{答})$$

(2)

力学的エネルギー保存の法則により,  $-mgl\cos\theta_0 = \frac{1}{2}mv^2 - mgl\cos\theta'$

$$\therefore v = \sqrt{2gl(\cos\theta' - \cos\theta_0)} = \sqrt{gl(\theta_0'^2 - \theta'^2)}$$

与えられた  $\frac{1}{2}(l-\Delta l)v' = \frac{1}{2}lv$  より,  $v' = \frac{l}{l-\Delta l}\sqrt{gl(\theta_0'^2 - \theta'^2)}$ , (1)の答えから

$$\therefore (\theta'')^2 = \left(\frac{l}{l-\Delta l}\right)^3(\theta_0'^2 - \theta'^2) + \theta'^2 \quad (\text{答})$$

(3)

$$(2)\text{の結果を整理すると, } (\theta'')^2 = \left(\frac{l}{l-\Delta l}\right)^3\theta_0'^2 + \left\{1 - \left(\frac{l}{l-\Delta l}\right)^3\right\}\theta'^2$$

$$\frac{l}{l-\Delta l} > 1 \text{ だから, } \left\{1 - \left(\frac{l}{l-\Delta l}\right)^3\right\} < 0$$

したがって  $\theta''$  が最大となるのは  $\theta' = 0$  のとき, 最大値は  $\theta'' = \left(\frac{l}{l-\Delta l}\right)^{\frac{3}{2}}\theta_0$  (答)

(4)

$$(3)\text{の結果から, } \theta_n = \left(\frac{l}{l-\Delta l}\right)^{\frac{3}{2}}\theta_{n-1}$$

$\theta_n$  は初項  $\theta_0$ , 公比  $\left(\frac{l}{l-\Delta l}\right)^{\frac{3}{2}}$  の等比数列だから,  $\theta_n = \left(\frac{l}{l-\Delta l}\right)^{\frac{3}{2}n}\theta_0$  (答)

(5)

$$\frac{l}{l-\Delta l} = \frac{l}{l-0.1l} = \frac{10}{9}, \theta_N = \left(\frac{10}{9}\right)^{\frac{3}{2}N}\theta_0 \geq 2\theta_0, \left(\frac{10}{9}\right)^{\frac{3}{2}N} \geq 2$$

を満たす最小の  $N$  を求める。

$$\text{の両辺の対数をとると, } \frac{3N}{2}(\log_{10}10 - \log_{10}9) \geq \log_{10}2$$

したがって,  $N \geq \frac{2\log_{10}2}{3(1-\log_{10}9)} \doteq \frac{2 \times 0.30}{3 \times 0.046} \doteq 4.35$ , これを満たす最小の  $N$  は 5 (答)

< 解説 >

(1)

飛び降りる直前と直後の間で運動量保存の法則が成立することに着眼する。作用反作用の法則によって, 飛び降り前後で質点 A と B の間に働く力積の和が 0 だからである。

(2)

A は水平方向に速さ  $v_A$  の等速運動, 垂直方向に重力の加速度  $g$  による初速 0 の落下運動をする。の結果を活用する。

ブランコの振れを大きくする物理的な過程を簡単に考察する問題である。

(2)

ここでは面積速度一定の法則により，人が立ち上がる瞬間にブランコの速さが速くなる。面積速度一定の法則の式が与えられていることはありがたい。昨年の東大物理の第1問は中心力による運動では面積速度が一定になることに関するものであった。その解答と解説において，面積速度の表式の導出について記述したので，参考にしてほしい。

(4)

サイクル $C_n$ ： $\theta_{n-1}$ で動き始め， $\theta=0$ で立ち上がり，OPの長さが $l-\Delta l$ となり， $-\theta_n$ で静止して，逆向きに運動を始め，角度 $\theta_n$ で静止する。このときしゃがみこみ，OPの長さは瞬時に $l$ となる。

$\theta=0$ で立ち上がるのだから，(3)の結果において， $\theta_0 \rightarrow \theta_{n-1}$ ， $\theta'' \rightarrow \theta_{n-1}$ とすればよい。

## 第2問

< 解答 >

(1)

$$C_0 = \frac{\epsilon S}{d} \quad (\text{答})$$

(2)

板 A と C は導線 a によって接続されているので，コンデンサーは板 B と C とで構成される。

その容量は  $C = \frac{\epsilon S}{d-x}$ ，したがってコンデンサーに蓄えられた静電エネルギーは

$$\frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon S}{d-x}\right)V^2 \quad (\text{答})$$

(3)

外力がした仕事  $W$  と電源がした仕事  $W_0$  の和がコンデンサーの静電エネルギーの変化  $\Delta U$  に等しい。

すなわち， $\Delta U = W + W_0$

移動前のコンデンサーの電荷は  $Q_I = \frac{\epsilon S}{d-x}V$ ，静電エネルギーは  $\frac{1}{2}Q_IV$

移動後の電荷は  $Q_E = \frac{\epsilon S}{d-d/4}V = \frac{4\epsilon S}{3d}V$ ，静電エネルギーは  $\frac{1}{2}Q_EV$

コンデンサーの静電エネルギーの変化は， $\Delta U = \frac{1}{2}(Q_E - Q_I)V = \left(\frac{4}{3d} - \frac{1}{d-x}\right)\epsilon SV^2 = W + W_0$

コンデンサーの電荷の変化  $(Q_E - Q_I)$  が電源の負極から正極へ移動したので， $W_0 = (Q_E - Q_I)V$

$$W = \Delta U - W_0 = \frac{1}{2}(Q_E - Q_I)V - (Q_E - Q_I)V = -\frac{1}{2}(Q_E - Q_I)V = -\frac{1}{2}W_0$$

以上によって， $W = -\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3d} - \frac{1}{d-x}\right)\epsilon SV^2$ ， $-\frac{1}{2}$ 倍 (答)

(1)

ア 0，イ 2

導線 a を外す前

板A, C, Dは同電位だから, DB間のコンデンサーの容量は  $C_{DB} = \frac{\epsilon S}{d/2} = \frac{2\epsilon S}{d} = 2C_0$

このとき, 電荷は  $Q_{DB} = 2C_0V$

導線aを外した後

板AとCは同電位だから, 板Aには電荷はたまらない。したがって  $Q_1 = 0 = \boxed{\text{ア}}$   $C_0V$

板Bの電荷はそのままだから,  $-Q_2 = -Q_{DB} = -2C_0V = -\boxed{\text{イ}}$   $C_0V$

(2)

直流電源の電圧を  $\alpha V$  に変化させてから, 十分時間が経過して板Aの電荷が  $q$  になったとする。すると, 板Cの電荷は  $-q$ , 板Dの電荷は  $2C_0V + q$ , 板Bの電荷は  $-(2C_0V + q)$  となる。

AC間の容量は  $C_{AC} = \frac{\epsilon S}{d/4} = \frac{4\epsilon S}{d} = 4C_0$ , DB間の容量は  $C_{DB} = \frac{\epsilon S}{d/2} = \frac{2\epsilon S}{d} = 2C_0$

したがって,  $V_1 = \frac{q}{C_{AC}} = \frac{q}{4C_0}$ ,  $V_2 = \frac{2C_0V + q}{C_{DB}} = \frac{2C_0V + q}{2C_0}$

$V_1 + V_2 = \frac{4C_0V + 3q}{4C_0} = \alpha V$ ,  $q = \frac{4}{3}C_0V(\alpha - 1)$ ,

したがって  $V_1 = \frac{1}{3}(\alpha - 1)V$ ,  $V_2 = V + \frac{2}{3}V(\alpha - 1) = \frac{1}{3}(2\alpha + 1)V$  (答)

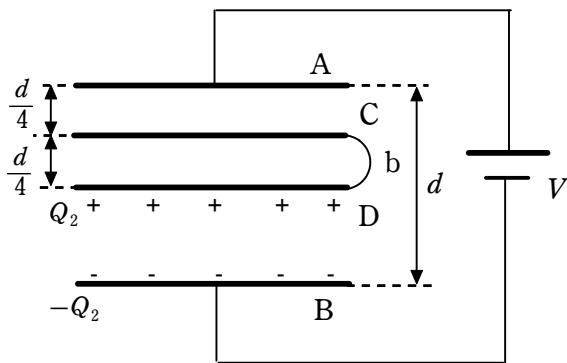


図 1(a)

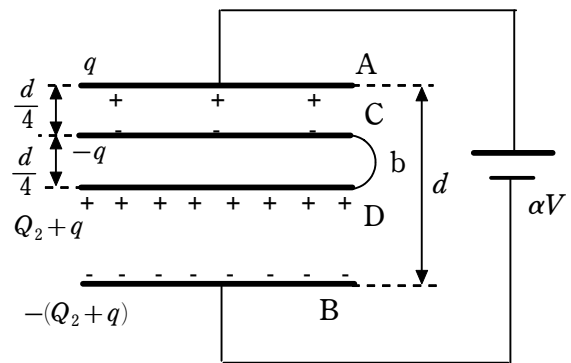


図 1(b)

(1)

コイルに流れる電流は  $I = I_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = I_0 \sin(\omega t)$ ,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

問題図 2-4 は図 2 のような CL 直列回路である。

電流  $I$  の方向に電流を発生させるコンデンサーの電圧  $V_C$ , コイルの起電力  $V_L$  の向きを正とする。

コイルの誘導起電力は,  $V_L = V_{L0} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = V_{L0} \cos \omega t$  とおける。

コイルに発生する起電力  $-L \frac{dI}{dt}$  は図 2 の正負の方向と逆だから,

$V_{L0} \cos \omega t = -\left(-L \frac{dI}{dt}\right) = L\omega I_0 \cos \omega t$ ,  $\therefore V_{L0} = L\omega I_0$

コンデンサーの電圧は  $V_C = V_{C0} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -V_{C0} \cos \omega t$  とおける。図 2 の  $V_C$  の増加方向と  $I$  の方向は逆だから, 電流  $I$  は電荷  $q$  の変化として,

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = -C \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = -CV_{C0}\omega \sin(\omega t) = I_0 \sin(\omega t) \quad , \therefore V_{C0} = -\frac{I_0}{\omega C}$$

問題図 2-4 の回路で、時計回りにキルヒホッフの第 2 法則を適用すれば、

$$V_C + V_L = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t + \omega LI_0 \cos \omega t = 0 \quad , \therefore \omega^2 = \frac{1}{CL} \quad , \therefore \omega = \frac{1}{\sqrt{CL}} \quad , T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{CL}$$

ここで、問題図 2-4 におけるコンデンサーは、板 A と C からなるコンデンサーと板 D と B からなるコンデンサーの直列接続だから、その容量  $C$  は

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{AC}} + \frac{1}{C_{DB}} = \frac{1}{4C_0} + \frac{1}{2C_0} = \frac{3}{4C_0} \quad , \therefore C = \frac{4}{3}C_0$$

$$\text{したがって } T = 4\pi\sqrt{\frac{C_0 L}{3}} \quad (\text{答})$$

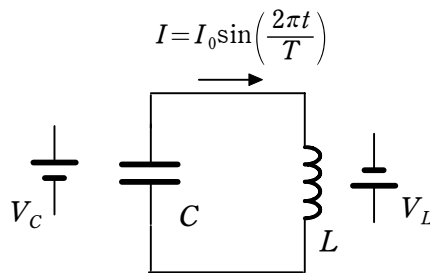


図 2

(2)

スイッチが 1 から 2 に切り替わった瞬間 ( $t=0$ )、板 A と B の電位差は  $\alpha V$  だから、コイルの両端にかかる電圧は  $\alpha V = 2V$  (答)

$$\text{コイルの誘導起電力は } V_L = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -LI_0 \left( \frac{2\pi}{T} \right) \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right)$$

キルヒホッフの第 2 法則により、 $t=0$  のとき、 $2V + V_L = 0$  だから、 $2V = LI_0 \left( \frac{2\pi}{T} \right)$

$$\text{したがって、} I_0 = \frac{VT}{\pi L} \quad (\text{答})$$

(3)

$$Q_3 = 4C_0 V_1 \quad , \therefore V_1 = \frac{Q_3}{4C_0} \quad , Q_4 = 2C_0 V_2 \quad , \therefore V_2 = \frac{Q_4}{2C_0}$$

$$t = \frac{T}{4} \text{ のとき、板 AB 間のコンデンサーにかかる電圧 } V_C = V_1 + V_2 = \frac{Q_3}{4C_0} + \frac{Q_4}{2C_0} = 0$$

$$\therefore Q_3 = -2Q_4 = \boxed{\text{ウ}} Q_4 \quad , \text{ウ} : -2 \quad (\text{答})$$

$$Q_3 = 0 \text{ のとき、} V_1 = 0 \quad , V_2 = \frac{Q_4}{2C_0} = \frac{Q_2 + Q_3}{2C_0} = \frac{Q_2}{2C_0} = V \quad , V_C = V_1 + V_2 = V_2 = V \quad ,$$

$V_{C0} = -2V$  だから、 $V_C = -(-2V)\cos \omega t = 2V\cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right)$  において、

$$V_C = V \text{ となるのは、} \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right) = \frac{1}{2} \text{ から、} \frac{2\pi t}{T} = \frac{\pi}{3} \quad , \frac{5\pi}{3} \quad ,$$

$$\text{したがって、} Q_3 = 0 \text{ となる時刻は } t' = \frac{T}{6} \quad , \frac{5T}{6} \quad (\text{答})$$

(4)

$t=0$ のとき,

(2)の結果から, AC間の電圧  $V_1 = \frac{1}{3}V$ だから, AC間の容量  $4C_0$ を考慮して,

$$\text{AC間に蓄積される静電エネルギーは } \frac{1}{2} \times 4C_0 \times \left(\frac{V}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}C_0V^2$$

同様に (2)の結果から, DB間の電圧  $V_2 = \frac{5}{3}V$ だから, DB間の容量  $2C_0$ を考慮して,

$$\text{DB間に蓄積される静電エネルギーは } \frac{1}{2} \times 2C_0 \times \left(\frac{5}{3}V\right)^2 = \frac{25}{9}C_0V^2$$

$$\text{したがって } E_1 = \frac{2}{9}C_0V^2 + \frac{25}{9}C_0V^2 = 3C_0V^2 \quad (\text{答})$$

$t = \frac{T}{4}$ のとき,

$$\text{AC間の電圧 } V_1 = \frac{Q_3}{4C_0} = -\frac{Q_4}{2C_0} \text{ だから,}$$

$$\text{AC間に蓄積される静電エネルギーは } \frac{1}{2} \times 4C_0 \times \left(\frac{-Q_4}{2C_0}\right)^2 = \frac{Q_4^2}{2C_0}$$

$$\text{DB間の電圧 } V_2 = \frac{Q_4}{2C_0} \text{ だから,}$$

$$\text{DB間に蓄積される静電エネルギーは } \frac{1}{2} \times 2C_0 \times \left(\frac{Q_4}{2C_0}\right)^2 = \frac{Q_4^2}{4C_0}$$

$$\text{したがって } E_2 = \frac{Q_4^2}{2C_0} + \frac{Q_4^2}{4C_0} = \frac{3Q_4^2}{4C_0}$$

$$\text{しかるに, } -Q_4 = -Q_2 - Q_3 = -Q_2 + 2Q_4 \text{ だから, } Q_4 = \frac{1}{3}Q_2 = \frac{2}{3}C_0V$$

$$\text{したがって, } E_2 = \frac{3}{4C_0} \times \left(\frac{2}{3}C_0V\right)^2 = \frac{1}{3}C_0V^2 \quad (\text{答})$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{1}{3}C_0V^2 - 3C_0V^2 = -\frac{8}{3}C_0V^2 = -\frac{LI_0^2}{2} = -\frac{1}{2}LI_0^2 \quad (\text{答})$$

$$\text{ただし } I_0 = \frac{VT}{\pi L}, T = 4\pi\sqrt{\frac{C_0L}{3}}, \text{ したがって } V = \frac{I_0}{4}\sqrt{\frac{3L}{C_0}}, V^2 = \frac{I_0^2}{16} \times \frac{3L}{C_0} \text{ である.}$$

(5)

電荷の変化の周期は  $T$  と同じはずだから, , は不適切

$t=0$ において, 板Aには正電荷が存在するから,  $Q_3 > 0$ , これを満たすのは, , ,

$t=0$ から電流は0から正弦波状に上昇するので, 電荷はピーク値から正弦波状に減少する。

これを満たすのは, ,

$t = \frac{T}{4}$ で  $Q_3 = -2Q_4$ だから, は明らかにこれを満たさない。これを満たす可能性があるのは

以上によって,  $Q_3$  と  $-Q_4$  の変化の様子を表す最も適切な図は (答)

< 解説 >

(1)

コンデンサーの容量の表式は理解し、覚えていなければならない。

(2)

板AとCは導線で接続されているので、同電位である。したがってコンデンサーは板BとCとの間に構成される。

(3)

コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーを変化させる要因とその関係を考え、定式化する。

(1)

導線 a を外した状況は図 1(a)のように、板A, Cは同電位であり、それぞれに電荷は存在しない。

(2)

直流電源の電圧をVから $\alpha V$ に変えると、板Aの電位は $\alpha V$ となり、Cの電位Vとは異なるから、図1のように板A, Cに電荷がたまる。板Dにたまっていた電荷は板Cに移動するが、総和は変化せず $Q_2$ のままである。

板Aに電荷 $q$ がたまると、板AとCのコンデンサーによってCに電荷 $-q$ がたまる。この電荷は板Dの電荷 $Q_2$ から移動したもので、Dの電荷は $\{Q_2 - (-q)\} = Q_2 + q$ となる。板DとBからなるコンデンサーによって、Bには電荷 $-(Q_2 + q)$ がたまる。

(1)

$$\text{コイルに流れる電流は } I = I_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = I_0 \sin(\omega t), \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

コイルに加わる電圧波形は電流波形より $\frac{\pi}{2}$ 位相が進む、コンデンサーに加わる電圧波形は電流波形より $\frac{\pi}{2}$ 位相が遅れる、という教科書に記載の知識を活用する。

(2)

スイッチが1から2に切り替わった瞬間( $t=0$ )、板AとBの電位差は、その直前と同じだから、 $\alpha V$ である。問題文の指定により $\alpha=2$ 。

(3)

$t = \frac{T}{4}$  のとき、電流は最大値 $I_0$ となり、板AB間のコンデンサーの電圧は0となる。

$$I_0 = \frac{VT}{\pi L}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{CL} \text{ だから, } V_{C0} = -\frac{I_0}{\omega C} = -\frac{VT}{\pi L} \times \frac{T}{2\pi C} = -2V$$

(5)

6個のグラフを一瞥して、各グラフの特徴と相違を大雑把に把握する。まず目につくのは、 $Q_1$ の周期が $2T$ であること。回路の電流の周期が $T$ なのに、コンデンサーの電荷の周期が $2T$ ということはないので、まずは $Q_1$ を外す。次に $t=0$ で $Q_3$ は正でかつ減少するから、 $Q_2$ を外す。

残る $Q_3$ 、 $Q_4$ の選択だが、(3)で $t = \frac{T}{4}$ のとき、 $Q_3 = -2Q_4$ であったことを思い出そう。明らかにこれは満たさない。ただし、(3)を正答できていないと、この選択ができない恐れがある。

解答ではグラフの特徴から物理的意味を捉えて、正答に至る思考過程を説明した。このようなグラフの選択問題では、このような方法が適切と思うが、上記で述べたように、 $\alpha$  の選択を行うことが難しくなる可能性がある。

そこで、数式によって正当なグラフを選択する方法を説明する。

(2)で  $\alpha=2$  とおいて考えたが、ここではある  $\alpha$  ( $\alpha>0$ ) と指示されているから、

$$\text{コンデンサーにかかる電圧 } V_C = -V_{C0} \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = \alpha V \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = V_1 + V_2 = \frac{Q_3}{4C_0} + \frac{Q_4}{2C_0}$$

しかるに、この過程を通じて、 $-Q_4 = -Q_2 - Q_3 = -2C_0V - Q_3$  であるから、

$$\frac{Q_3}{4C_0} + \frac{Q_4}{2C_0} = \frac{Q_3}{4C_0} + \frac{Q_3 + 2C_0V}{2C_0} = \frac{3Q_3}{4C_0} + V = \alpha V \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$\text{したがって、} Q_3 = -\frac{4}{3}C_0V + \frac{4}{3}\alpha C_0V \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right), -Q_4 = -\frac{2}{3}C_0V - \frac{4}{3}\alpha C_0V \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

すると、 $Q_3$  は  $\cos$  状の周期  $T$  の振動をして振動の中心が負、 $-Q_4$  は  $-\cos$  状の周期  $T$  の振動をして振動の中心が負の変化となる。これを満たすグラフは  $\text{C}$ 。

$$\text{上記の計算において、} V_{C0} = -\frac{I_0}{\omega C} = -\frac{I_0 T}{2\pi C}, \alpha V = LI_0 \left(\frac{2\pi}{T}\right), T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{CL} \text{ を用いた。}$$

### 第3問

< 解答 >

(1)

$$\text{屈折の法則により、} \frac{\sin \theta}{\sin \phi} = n, \therefore \sin \theta = n \sin \phi \quad (\text{答})$$

(2)

単位時間当たり  $Q$  のエネルギーの光が  $\Delta t$  の時間にもつエネルギーの総量は  $Q\Delta t$

$$\text{したがって、運動量の総量は } p = \frac{Q\Delta t}{c} \quad (\text{答})$$

(3)

問題図 3-2 において、入射光と出射光の運動量ベクトル  $p, p'$  は点 C から出ると考えて良いから、運動量の変化の大きさは  $\Delta p = 2p \sin(\theta - \phi)$  (答)

その向きは C から O への向き (答)

(4)

微粒子が受ける力積は光の運動量の変化だから、

$$f\Delta t = \Delta p, \therefore f = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2Q}{c} \sin(\theta - \phi) \quad (\text{答})$$

その向きは  $\Delta p$  の向きとは逆向きだから、O から C への向き (答)

(5)

$\theta, \phi$  が小さいとき、 $\sin \theta \doteq \theta, \sin \phi \doteq \phi$  とおけば、 $\theta = n\phi$

$$d = r \sin \phi \doteq r\phi, \phi \doteq \frac{d}{r}$$

$$\text{したがって、} f = \frac{2Q}{c} \sin(\theta - \phi) = \frac{2Q}{c} (n-1)\phi = \frac{2dQ}{cr} (n-1) \quad (\text{答})$$



(1)

「力は働かない」 (答)

理由：2本の光線は微粒子の入射位置，出射位置で屈折することなく，運動量は変化しないから。

(2)

「上」 (答)

理由：左上方へ進む光の運動量の変化は左下方，右上方へ進む光の運動量の変化は右下方，

それぞれの運動量変化の大きさは等しい。左右方向の運動量変化は打ち消しあい，下方の運動量変化は足し合わさる。したがって，微粒子は上方(OからFの向き)に力を受ける。

(3)

(5) から，1本の光が及ぼす力  $f$  について

$$f = \frac{2Q}{c} \sin(\theta - \phi) \doteq \frac{2Q}{c} (\theta - \phi) = \frac{2Q\theta}{cn} (n-1), \text{ 一方 } \Delta y \doteq r\theta, \therefore f \propto \Delta y, \text{ したがって,}$$

$f$  の鉛直成分  $f_{\perp} \propto \Delta y$ ，もう1本の光についても同じ。2本の光の鉛直成分の和も  $\Delta y$  に比例する。

したがって，2本の光から受ける合力の大きさ  $f'$  は  $\Delta y$  に比例する。イ (答)

(1)

問題図 3-6 から，

$$\text{OF が光線 1 となす角は } \frac{\pi}{2} - \alpha, \therefore h = \Delta x \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \Delta x \cos\alpha \quad (\text{答})$$

問題図 3-5 から， $d = r \sin\phi$

$$\text{問題図 3-6 から, } h = r \sin\theta, \therefore d = \frac{h \sin\phi}{\sin\theta}$$

$$\text{屈折の法則により } \sin\phi = \frac{\sin\theta}{n}, \text{ したがって } d = \frac{h}{n} = \frac{\Delta x \cos\alpha}{n} \quad (\text{答})$$

(2)

$$(5) \text{ から 1本の光について, } f = \frac{2Q}{c} \sin(\theta - \phi) = \frac{2Q}{c} (n-1)\phi = \frac{2dQ}{cr} (n-1)$$

$$\text{その水平方向成分は左方向に } f \cos\alpha = \frac{2dQ}{cr} (n-1) \cos\alpha$$

もう1本の光も同じだから，両者は足し合わさって，

$$f' = 2f \cos\alpha = \frac{4dQ}{cr} (n-1) \cos\alpha = \frac{4(n-1)Q \Delta x \cos^2\alpha}{c nr} \quad (\text{答})$$

(3)

$$f' = \frac{4(1.5-1) \times 5 \times 10^{-3} \times 10^{-6}}{3 \times 10^8 \times 1.5 \times 10^{-5}} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \times 10^{-12} \text{ [N]}$$

この  $f'$  に抗して  $f_0$  を加えて，粒子を静止させているので， $f_0 = f' = 1 \times 10^{-12} \text{ [N]}$  (答)

< 解説 >

(1)

屈折の法則そのままである。球面の入射点における接平面が入射面，その法線が球の中心Oを通る。法線となす角が入射角と屈折角である。

(2)

光子の集まりがもつエネルギーの総量  $E$  と運動量の大きさの総量  $p$  の間には  $p = \frac{E}{c}$  という関係が成り立つという前提が与えられている。

教科書には、1個の光子のエネルギーとして  $h\nu$ 、運動量として  $\frac{h\nu}{c}$  が示されている。

単位時間当たり  $Q$  のエネルギーの光は、単位時間当たり  $\frac{Q}{h\nu}$  個の光子をもつ。

したがって、時間  $\Delta t$  の間の光子数は  $\frac{Q}{h\nu} \Delta t$ 、光子1個の運動量は  $\frac{h\nu}{c}$  だから、時間  $\Delta t$  の間に射出された光子の集まりが真空中でもつ運動量の大きさの総量は

$$p = \frac{Q}{h\nu} \Delta t \times \frac{h\nu}{c} = \frac{Q \Delta t}{c}$$

(3)

問題図 3-2 と同じものをを 図 1-1 として示す。AC の方向が入射光線の運動量の方向、CB の方向が出射光線の運動量の方向だから、図 1-2 のように、両方向は  $2(\theta - \phi)$  の角をなす。

(4)

図 1-1 において  $\angle OAC = \angle OBC = \theta$ 、 $\angle BAC = \angle ABC = \theta - \phi$ 、 $AB \perp OC$  である。図 1-2 に示すように、点 C から  $p$ 、 $p'$  が出ていると考えたとき、ベクトル  $p$ 、 $p'$  のなす角度は  $2(\theta - \phi)$  である。

(5)

与えられた三角関数についての近似式を用いる。

(1)

光線が球の中心を通るので、球の接平面に垂直だから、屈折しない。

(2)

図 2 に示すように、それぞれの光線の運動量変化の大きさが等しく、鉛直線に関して対称である。したがって、運動量変化の水平方向は打ち消しあうことがわかる。鉛直方向は足されて下方に向く。

(3)

図 1-1、図 2 を参照して考える。関係を推定する選択問題だから、厳密な計算をする必要はない。

(1)

問題図 3-5、3-6 の図形の考察から容易に求まる。

(2)

図 3-1 のように、2 本の光が屈折の法則にのっとって微粒子に入射し出射する。すると、入射光と出射光の運動量ベクトル  $p$ 、 $p'$  は図 3-2 のようになる。問題文から  $2(\theta - \phi)$  は微小だから運動量の変化ベクトルが水平方向となす角は光 1 では  $\alpha$ 、光 2 では  $-\alpha$  である。

したがって、鉛直方向の運動量変化は打ち消しあい、水平方向の運動量変化は足し合わさることがわかる。

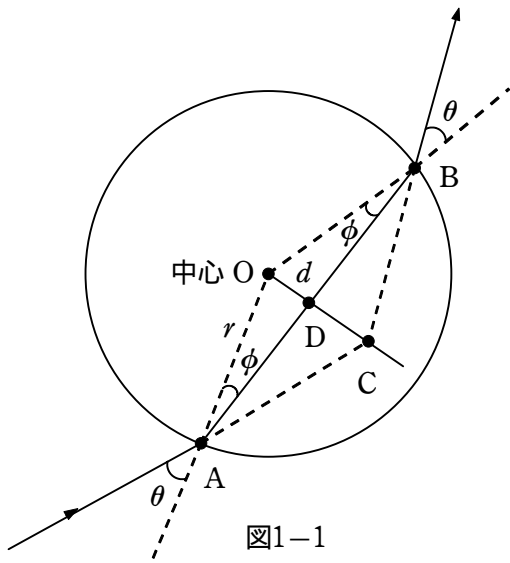


图1-1

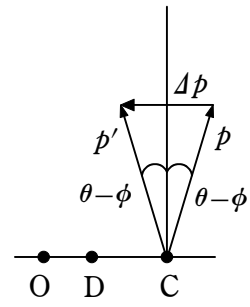


图1-2

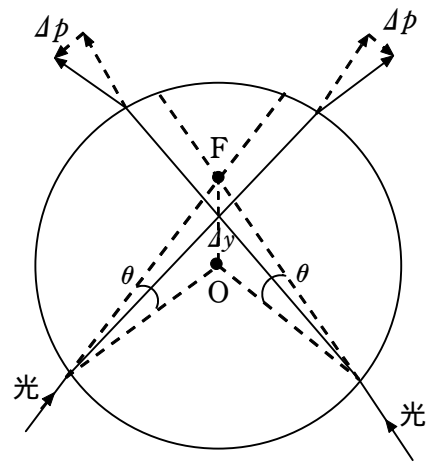


图2

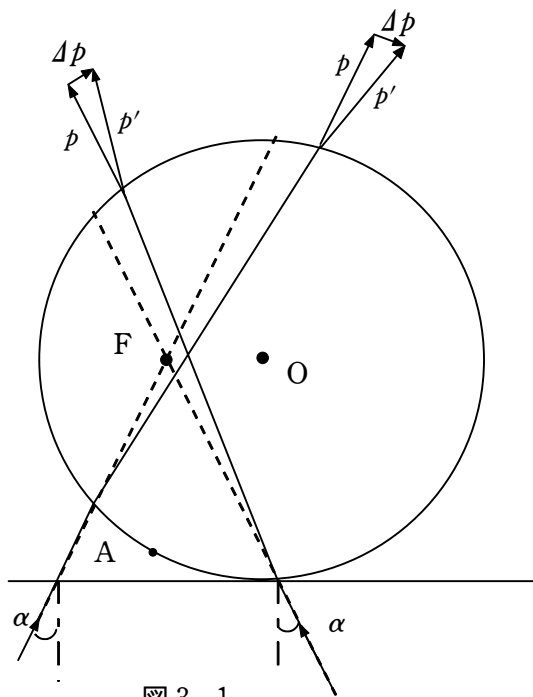


图3-1

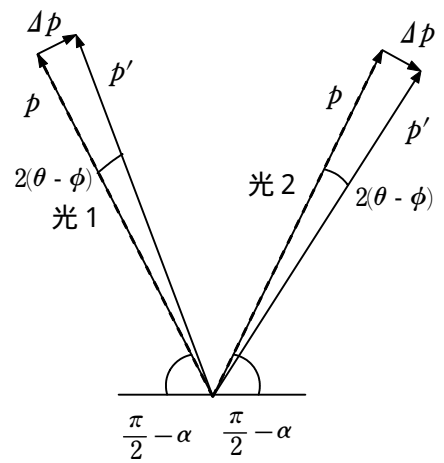


图3-2

< 総評 >

例年同様、物理概念の的確な理解と粘り強い思考過程が必要な骨のある問題を含んでいる。とはいえ、設問は物理過程に沿って構成されるので、落ち着いて取り組んで、基礎基本の設問は確実に得点して、難しい設問に対応したい。

第1問

例年の運動と力学の問題に比べて、かなり易化した印象である。ブランコの運動を物理学的に考察し、振れを大きくする過程を簡単なモデルによって明らかにする問題である。身近な現象に問題材料を求めていることで、大学共通テスト等での大学入試問題の方向性を意識しているのかも知れない。

当然ながら、私たちの身の回りで起きている自然現象や事物の運動は物理法則に則っているのだから、問題材料は山ほどあるに違いない。難易度はB。

第2問

コンデンサー回路の問題。直流電源からコンデンサーに電荷を与え、極板の間隔の変更や挿入、電源電圧を変更などをした場合の電荷や電圧の変化を求める。コンデンサーの容量、印加電圧、蓄積される電荷、静電エネルギーなどの基本的的確な理解が必要である。

コンデンサーに充電した後、電源を切り離してコイルと接続したコンデンサーとコイルの直列回路を扱う。コンデンサーに充電されていた電荷が回路を流れる電流の元になっていることを理解することが前提である。正弦波状の電流が流れることが提示されているので、コンデンサーとコイルの両端の電圧を求めるためには、教科書に掲載されているそれぞれの電流変化と電圧変化の関係について理解していなければならない。

しかも、コンデンサーの内部に挿入された極板に電荷が溜まっているので、両端の極板の電荷の正弦波状の変化の中心が0ではなく、ずれていることに理解が必要である。

コンデンサーの極板 / 電源の接続変更やCL交流回路への対応など、物理過程の理解がやや困難な問題なので、難易度はA。

第3問

光圧による光ピンセット技術という最新の研究に示唆された問題で、驚いた受験生も少なくないことであろう。しかし、問題文を落ち着いて読めば、光子の運動量変化が力積として微粒子に作用し、力を及ぼす話だということがわかる。力学と光学の問題に帰着すると理解すれば気持ちが楽になるだろう。

微小球への入射光が屈折の法則によって出射するとき、運動量の方向が変化する。その変化を求めることが本問のポイントである。設問の多くが図形の取扱いの問題に帰着する。耳慣れない物理現象を含むが、問題の取り扱いそのものは難しいものではないので、難易度はA -。

221213