2022（R4)年度　東北大学　前期入学試験　物理解説

（物理，化学，生物，地学のうち２科目受験で150分）

$\boxed{1}$

＜解答＞

問（１）(a)

物体には斜面上方にゴムひもの弾性力 $-kx_0$，斜面下方に重力の斜面方向成分 $mg\sin\theta$ が働いていて，静止しているので，$mg\sin\theta - kx_0 = 0$，$\therefore x_0 = \dfrac{mg\sin\theta}{k}$　（答）

(b)

力学的エネルギー保存の法則により，$x = -l_0$ における位置エネルギーが $x = 0$ における運動エネルギーに等しいから，$\dfrac{1}{2}mV^2 = mgl_0\sin\theta$，$\therefore V = \sqrt{2gl_0\sin\theta}$　（答）

(c)

重力による位置エネルギー　$-mgx\sin\theta$

ゴムひもの弾性力による位置エネルギー　$\dfrac{1}{2}kx^2$

$U = -mgx\sin\theta + \dfrac{1}{2}kx^2$　（答）

(d)

$x = -l_0$ における位置エネルギー　$mgl_0\sin\theta$

$x = x_1$ では物体の速さは0だから，力学的エネルギー　$-mgx_1\sin\theta + \dfrac{1}{2}k{x_1}^2$

$mgl_0\sin\theta = -mgx_1\sin\theta + \dfrac{1}{2}k{x_1}^2$，(a) から $g = \dfrac{kx_0}{m\sin\theta}$ を用いて

${x_1}^2 - 2x_0x_1 - 2x_0l_0 = 0$，$\therefore x_1 = x_0 \pm \sqrt{{x_0}^2 + 2x_0l_0}$，$x_1 > 0$ だから，

$x_1 = x_0 + \sqrt{{x_0}^2 + 2x_0l_0}$　（答）

問（２）(a)

物体に働く鉛直方向の力のつり合いは $mg = kd\sin\phi$，$\therefore d = \dfrac{mg}{k\sin\phi}$　（答）

可動台とともに動く座標系において，物体の水平方向の力のつり合いは慣性力 mAを考慮して，

$mA = kd\cos\phi$，$\therefore A = \dfrac{g}{\tan\phi}$　（答）

(b)　（ウ）　（答）

問（３）(a)

物体の運動方程式は $ma = \mu mg\cos\theta + mg\sin\theta$，$\therefore a = \mu g\cos\theta + g\sin\theta$　（答）

(b)

(a) の運動方程式より，$v = -v_0 + at$，$x = -v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$x = -l_1$ となるのは，$v = 0$ のときだから，$t = \frac{v_0}{a}$，$\therefore \quad -l_1 = -\frac{{v_0}^2}{a} + \frac{{v_0}^2}{2a} = -\frac{{v_0}^2}{2a}$

$l_1 = \frac{{v_0}^2}{2a}$ （答）

(c)

$x > 0$ では摩擦がないので，物体はエネルギーを失うことはないから， エネルギー保存の法則により， $x = 0$ を上方に速さ v_1 で通過したときの運動エネルギーは，その前に $x = 0$ を下方に通 過したときの運動エネルギーと等しい。

したがって， $\frac{1}{2}m{v_1}^2 = \frac{1}{2}m{v_0}^2 - 2\mu mg\, l_1 \cos\theta$，

$${v_1}^2 = {v_0}^2 - 4\mu g\, l_1 \cos\theta = {v_0}^2 - \frac{2\mu {v_0}^2 \cos\theta}{(\sin\theta + \mu\cos\theta)} = \frac{{v_0}^2(\sin\theta - \mu\cos\theta)}{(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$$

$\therefore \ v_1 = v_0\sqrt{\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}}$ （答）

(d)

(c)は $x = 0$ を上向きに v_0 で通過した後，上昇し

最高点→下降→ $x = 0$を下降→最低点→上昇→ $x = 0$を速さ v_1 で上昇→最高点

の運動をしたときの v_0 と v_1 の関係を示す。

したがって，

$$v_N = v_{N-1}\sqrt{\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}} = v_{N-2}\left(\sqrt{\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}}\right)^2$$

$$= \cdots = v_0\left(\sqrt{\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}}\right)^N = v_0\left(\frac{v_1}{v_0}\right)^N$$ （答）

(e) （ア） （答）

(d)により， $x = 0$ を上昇する速さは次第に 0 になる。したがって，物体は $x \leqq 0$ において初速 0 で斜面を滑り降りる運動を行う。それはつり合いの位置 x_0 を中心とする単振動である。

<解説>

問（1）(b)

運動方程式による考え方を示す。

$$ma = mg\sin\theta - kx$$

(d)

最下点ということは，そこで速さが 0 になるということである。

(a) の結果より g を k によって表すことができる。

問（2）(a)

加速度 A で動いている可動台とともに動く座標系において物体を観測すると，物体の水平方向に慣性力 mA が加速度 A とは逆方向に働いていることに注意する。

(b)

ゴムひもを切った瞬間，物体に働いていたゴムの弾性力が働かなくなったのだから，物体は水平左方向に初速をもった重力による落下運動をする。これを，水平左方向に加速度 A で移動する可動台とともに動く人が観測すると，物体は水平方向に関しては，右方向に加速度 A で動いているかのように観測される。

したがって，物体は鉛直下方向に重力の加速度 g ，水平右方向に加速度 A の運動をするように観測される。すると，物体の軌跡は元のゴムひもの方向と同じ直線方向になるので，（う）となる。

問（３）(a)

物体に働く力は，重力と動摩擦力である。

(b)

摩擦力によって熱が発生してエネルギーが失われる。失われる熱エネルギーは（動摩擦力）×（動いた距離）である。

(c)

$x>0$ では摩擦がないので， $x>0$ での運動により物体は力学的エネルギーを失うことはないことに注意する。

(d)

$x \leqq 0$ での運動のたびに物体は摩擦により力学的エネルギーを失う。したがって， $x=0$ を上向きに通過する速さは 次第に小さくなっていく。

(e)

最初に $x=0$ で与えられた上向きの速さ v_0 による運動エネルギーは摩擦により次第に失われる。したがって $x=0$ おける上向きの速さは 0 となり，物体は $x=0$ から滑り落ちる運動となる。

$\boxed{2}$

＜解答＞

問（１）(a)

電池と抵抗からなる回路だから，$I_0=\dfrac{V}{R}$　（答）

電流 I_0 が流れる長さ lの導線に 垂直な磁場が及ぼす力は，$I_0\,l\,B=\dfrac{VlB}{R}$

力の向きはフレミングの左手の法則により左向きだから， $F_0=-\,I_0\,l\,B=-\dfrac{VlB}{R}$　（答）

(b)

ばねの弾性力と F_0 がつりあっているから， $kx_0=-\dfrac{VlB}{R}$ ，$\therefore\ x_0=-\dfrac{VlB}{kR}$　（答）

問（２）(a)

導体棒が速さ v で磁場中を動くとき，単位時間当たりに横切る磁束は vlB だから

誘導起電力の大きさは $V_1=vlB$　（答）

起電力は時計方向回りに電流を流すように導体棒に発生する。時計回りにキルヒホッフの第２法

則を適用すると $V_1+V_C=0$，$\therefore V_C=\dfrac{Q}{C}=-V_1=-vlB$，$\therefore Q=-CV_1=-vlBC$　（答）

(b)

導体棒の運動エネルギー　$\dfrac{1}{2}mv^2$

ばねの弾性エネルギー　$\dfrac{1}{2}kx^2$

コンデンサーにたくわえられている静電エネルギー　$\dfrac{1}{2}CV^2=\dfrac{1}{2}C(vlB)^2$

$E=\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}kx^2+\dfrac{1}{2}C(vlB)^2$　（答）

(c)

(b)の式を変形して，$E=\dfrac{1}{2}(m+C\,l^2B^2)v^2+\dfrac{1}{2}kx^2=\dfrac{1}{2}Mv^2+\dfrac{1}{2}kx^2$

これは，質量$M=(m+C\,l^2B^2)$ の物体のばねによる単振動の式と同じである。

単振動の角振動数 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{M}}$，周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}}=2\pi\sqrt{\dfrac{m+C\,l^2B^2}{k}}$　（答）

問（3）(a)

コイルに誘導される起電力の大きさ V_2 は電流変化と自己インダクタンスに比例する。

$V_2=L\left|\dfrac{\Delta I}{\Delta t}\right|$　（答）

(b)

$v=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$，回路が含む磁束の変化は vlB，したがって回路に発生する誘導起電力は

$\varphi=-vlB=-lB\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

キルヒホッフの第２法則を回路に適用すると，$V_2+\varphi=0$，$L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}=lB\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$\Delta I=c\Delta x=\dfrac{lB}{L}\Delta x$，$\therefore\ c=\dfrac{lB}{L}$　（答）

(c)

(b)の結果より，$I=\dfrac{lB}{L}x+C$，Cは定数

$t=0$ のとき $I=0$，$x=x_1$だから，$C=-\dfrac{lB}{L}x_1$

したがって，$I=\dfrac{lB}{L}(x-x_1)=\alpha(x-\beta)$，$\therefore\alpha=\dfrac{lB}{L}$，$\beta=x_1$　（答）

(d)

導体棒に働く力は，ばねの弾性力と電磁力の和である。

ばねの弾性力は $-kx$，電流が流れる導体棒に働く電磁力は $-IlB=-\dfrac{(lB)^2}{L}(x-x_1)$

$$F = -kx - \frac{(lB)^2}{L}(x - x_1) = -\left(k + \frac{l^2B^2}{L}\right)x + \frac{(lB)^2}{L}x_1 \qquad \text{(答)}$$

(e)

(c) より，電流が最大になるのは $(x - x_1)$ が最大になるとき，$x > x_1(< 0)$ であるから，x が最大になるときである。

(d)の F を変形すると，$F = -\left(k + \frac{l^2B^2}{L}\right)\left(x - \frac{l^2B^2}{kL + l^2B^2}x_1\right) = -k'x'$

これは，導体棒の変位 x' が 見かけのばね定数 k' で単振動することを示す。

ただし，$x' = \left(x - \frac{l^2B^2}{kL + l^2B^2}x_1\right)$，$k' = \left(k + \frac{l^2B^2}{L}\right)$

単振動の中心は $F = 0$ になる $x = x_C = \frac{l^2B^2}{l^2B^2 + kL}x_1$，単振動の左端は $x = x_1$ だから，

右端 $x = x_{max}$ は，$\frac{x_1 + x_{max}}{2} = x_C$ より $x_{max} = \frac{l^2B^2 - kL}{l^2B^2 + kL}x_1$

したがって，$I_{max} = \frac{lB}{L}(x_{max} - x_1) = \frac{-2klBx_1}{l^2B^2 + kL}$,

$x_1 < 0$ だから，$|I|_{max} = \frac{-2klBx_1}{l^2B^2 + kL}$ 　　(答)

＜解説＞

教科書や入試問題に頻出の磁場中で動く導体棒を含む回路を扱う問題。抵抗と電源，コンデンサー，コイル，を接続した場合について問題設定されている。

問（１）(a) (b)

磁場を垂直に横切る導体棒に電流を流すと電磁力が発生する。

問（２）(a)

$v > 0$ということは，導体棒は右向きに動いている。回路中の磁場は紙面裏から表の方向の磁束が増加するから，起電力は表から裏への磁束を増やすように電流を流す。すなわち時計回りに起電力が発生する。

(c)

(b)で導いたエネルギーの式からでは，導体棒の運動を単振動と思いつかないときは，以下のように考える。

導体棒の初期位置を $x = x_0$ とすれば，エネルギー保存の法則により，$E = \frac{1}{2}kx_0^2$

したがって，$kx_0^2 - kx^2 = mv^2 + C(vlB)^2 = \{m + Cl^2B^2\}v^2$

両辺を時刻 t で微分し，$\frac{dx}{dt} = v$，$\frac{dv}{dt} = a$（加速度）を考慮すると，

$-kxv = \{m + Cl^2B^2\}va$，$\therefore -kx = \{m + Cl^2B^2\}a = Ma = F$ 　①

①は変位 x とは逆方向にx に比例する力 $F = -kx$ が働くことを意味している。

したがって，導体棒の変位 x は $x = 0$ を中心とする単振動となる。

①から，角振動数 $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{M}}$

したがって 単振動の周期 $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m + Cl^2B^2}{k}}$　（答）

問（3）

この問題で扱う事象の物理過程を理解しよう。導体棒を $x = x_1$ において手を離したとき導体棒が動き出した。これはばねの弾性力（このとき，ばねは伸びていたか，縮んでいたかしていた）によるものである。

すると導体棒が磁場を横切るので電磁誘導による起電力が発生し，電流が変化する。コイルに流れる電流変化により，コイル中の磁場が変化し，自己誘導によりコイルに誘導起電力が発生する。導体棒に発生する誘導起電力とコイルに発生する誘導起電力はキルヒホッフの第二法則により等しい。

(a)

コイルの自己誘導による起電力の発生を問う。

(b)

導体棒の移動 → 誘導起電力の発生 → コイルへの電流発生と誘導起電力の発生，という過程で回路の電流変化と導体棒の変位との関係を問う。

(c)

(b)の結果から，回路を流れる電流は導体棒の位置と直線関係にあることがわかる。 $I = \alpha(x - \beta)$とすれば電流が0となる位置 $x = \beta$ は， $t = 0$ における $x = x_1$ であることに注意する。

(d)

電流が流れる導体棒に働く電磁力の方向（符号）はフレミングの左手の法則によって確認すること。

(e)

導体棒が単振動することに着眼する。このことに気がつかないとき，以下の考え方もある。

x が最大となるのは，導体棒の速さが0となるときである。

(d)より， $F = ma = m\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = -\left(k + \dfrac{l^2B^2}{L}\right)x + \dfrac{(lB)^2}{L}x_1$

$$mv = -\frac{1}{2}\left(k + \frac{l^2B^2}{L}\right)x^2 + \frac{(lB)^2}{L}x_1x + C$$

$x = x_1$ のとき $v = 0$ だから， $C = \dfrac{1}{2}\left(k - \dfrac{l^2B^2}{L}\right){x_1}^2$

$$mv = -\frac{1}{2}\left(k + \frac{l^2B^2}{L}\right)x^2 + \frac{(lB)^2}{L}x_1x + \frac{1}{2}\left(k - \frac{l^2B^2}{L}\right){x_1}^2$$

$v = 0$ として，

$-\dfrac{1}{2}\left(k + \dfrac{l^2B^2}{L}\right)x^2 + \dfrac{(lB)^2}{L}x_1x + \dfrac{1}{2}\left(k - \dfrac{l^2B^2}{L}\right){x_1}^2 = 0$ の解は $x = x_1$， $\dfrac{l^2B^2 - kL}{l^2B^2 + kL}x_1$

x の最大値は $x_{max} = \dfrac{l^2B^2 - kL}{l^2B^2 + kL}x_1$

$\boxed{3}$

<解答>

問（1）(a)(ｉ)

$$L_1=\sqrt{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}=L\sqrt{1+\frac{1}{L^2}\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}\fallingdotseq L\left\{1+\frac{1}{2L^2}\left(x-\frac{d}{2}\right)^2\right\}$$

$$L_2=\sqrt{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}=L\sqrt{1+\frac{1}{L^2}\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}\fallingdotseq L\left\{1+\frac{1}{2L^2}\left(x+\frac{d}{2}\right)^2\right\}$$

$$\Delta L=L_2-L_1=\frac{dx}{L}$$ （答）

(ii)

$\Delta L=k\lambda=\dfrac{da_k}{L}$ のとき明線が観測されるから，$a_k=\dfrac{kL}{d}\lambda$ （答）

(iii)

$\Delta L=\dfrac{1}{2}\lambda=\dfrac{db}{L}$ のとき，原点に最も近い暗線が観測されるから， $b=\dfrac{L}{2d}\lambda$ （答）

(b)

板 F を置く前の，原点 O における光の強さは，$I_0=(E_0+E_0)^2=4E_0{}^2$

$x=a_1$では，スリットS_1 を通過した光の電場 E_0 とスリット S_2 を通過した光の電場 rE_0 とが重なり合うので，

$$I(a_1)=(E_0+rE_0)^2=(1+r)^2E_0{}^2=\left(\frac{1+r}{2}\right)^2I_0$$ （答）

$x=b$ では，スリット S_1を通過した光の電場 E_0 とスリット S_2を通過した光の電場 rE_0 の山と谷が重なるので，

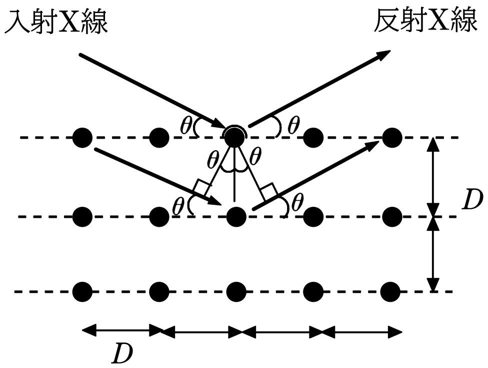
$$I(b)=(E_0-rE_0)^2=(1-r)^2E_0{}^2=\left(\frac{1-r}{2}\right)^2I_0$$ （答）

問（2）(a)

(ｉ)

図のように，隣りあう格子面に入反射するX線の進行方向に垂直な面（波面）のずれから

$\Delta l=D\sin\theta+D\sin\theta=2D\sin\theta$ （答）



(ii)

経路差が波長の整数倍のとき強い X 線を観測するから，$\Delta l = 2D\sin\theta = m\lambda$　(答)

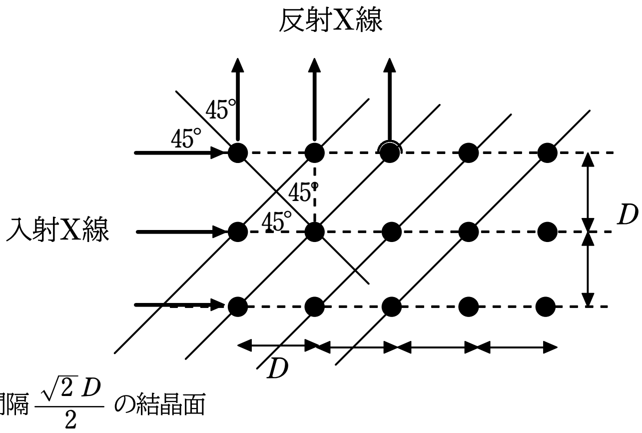
(b)

格子間隔が $\dfrac{D}{\sqrt{2}}$ の格子面に入反射角45°のX線が観測されたと考えることができる。

すると，$\Delta l = \dfrac{2D\sin 45^\circ}{\sqrt{2}} = D = m\lambda = m \times 1.54 \times 10^{-10}$

$2.0 \times 10^{-10} \leqq D \leqq 4.0 \times 10^{-10}$ だから，$m = 2$として，

$D = 2 \times 1.54 \times 10^{-10} = 3.1 \times 10^{-10}$ m　(答)



(c)

(i)

$\Delta l' = 2 \times \dfrac{D}{2}\sin\theta = D\sin\theta = \dfrac{\Delta l}{2}$,

(a) (ii)より $D\sin\theta = \dfrac{1}{2}m\lambda$, $\theta = \theta_1'$ が最小だから，

このとき m=1，したがって $\Delta l' = D\sin\theta_1' = \dfrac{1}{2}\lambda$　(答)

(ii)

(オ)　(答)

(i) の結果より，θ_1' 方向では X_1 と X_2 の位相は 半波長ずれるから，振幅は $(A_1 - RA_1)$ と弱めあう。θ_2' 方向では X_1 と X_2 の位相は 1 波長のずれだから，振幅は $(A_1 + RA_1)$ と強めあう。
θ_3'，θ_4'方向でも同様だから，X線の強度は弱，強，弱，強を繰り返す。

＜解説＞

電磁波の干渉の基礎から応用に関する問題。

問 (1) (a) (b)

ヤングの実験として教科書に記載されている光の干渉の基礎的事象だから，スムーズに解答しよう。

問 (2) (a)

X線の波動性を説明するとともに，結晶の構造を解明するX線回折に関する問題。問題図３は教科書

の原子分野に記載され，反射X線が強め合う方向と結晶面間隔はブラッグの条件として知られている。

(b)

やや難しい問題であろう。反射X線が問題図４のように出射するのはなぜか，と考えたい。結晶面からの反射X線の干渉効果と考えると，結晶面をどのように考えるかが問題となる。入射角が45°、反射角が45°となるような結晶面を考えれば，入射X線と反射X線とが90°をなす。

(c)

やや難しい問題であろう。原子Aのみの結晶面からの反射X線（X_1）と原子Bのみの結晶面からの反射X線（X_2）の重ね合わせを考える。両結晶面の間隔が $\dfrac{D}{2}$ なので，各方向でX_1とX_2の位相が半波長ずれることに気づくことが重要である。

＜総評＞

運動と力，電磁気，波動の３分野からの出題。それぞれ前半の設問は教科書に記載されているような基本的な問題だから，着実にスムーズに解答しよう。その上で後半の応用的な問題は，難しいと思っても，まずは解答の考え方を記載することに努めよう。

$\boxed{1}$

問(1)では斜面を有する可動台の斜面上の物体の摩擦のない運動を考察する。物体が可動台にゴムひもで結ばれていて，可動台が床面に固定されている。重力の斜面方向成分とゴムの弾性力を考慮すれば良いのだから，スムーズに解答しよう。

問(2)では可動台が床面を等加速度運動をするとき、物体がゴムひもに引っ張られて斜面から浮いて運動する事象を考察する。

問(3)では可動台を床面に固定し，ゴムひもの自然長まで摩擦のある斜面上のゴムひもで結ばれた物体の運動を考察する。

いずれの場合も物体に働く力を的確に表現し，運動方程式あるいは力学的エネルギー保存の法則等を利用して，解答しよう。難易度Ｂ＋。

$\boxed{2}$

頻出の磁場中を導体棒が動く回路の問題で，抵抗と直流電源、コンデンサー，コイルが接続された３つの設定を扱う。電磁誘導，電気回路，力学を総合的に扱う知識と思考力が求められる。面白く、骨の折れる問題である。難易度Ｂ＋。

$\boxed{3}$

電磁波の干渉の問題。光のヤングの実験に関わる問題は的確に解答したい。X線の結晶面での反射による反射X線強度の反射方向依存性と結晶面間隔依存性を示すブラッグ反射の条件に関わる問題は，やや難しいであろう。難易度Ｂ＋。

250501