2022（R4)年度　東京大学　理科前期　入学試験　物理解説

（物理，化学，生物，地学から２科目受験）（配点120点）（150分）

第１問

＜解答＞

Ⅰ (1)

地球の自転の軸は赤道円の中心を通る軸だから， $f_0 = mR\left(\dfrac{2\pi}{T_1}\right)^2$ （答）

点 F における回転半径は $\dfrac{\sqrt{2}}{2}R$ だから， $f_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}mR\left(\dfrac{2\pi}{T_1}\right)^2$ （答）

(2)

地球の中心に向かう万有引力 $\dfrac{GmM_1}{R^2}$， m に働く遠心力 f_0，地表が m に働く垂直抗力 N

m は地球中心方向には静止しているので，力のつり合いにより，

$$mg_0 = N = \frac{GmM_1}{R^2} - f_0 = \frac{GmM_1}{R^2} - mR\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2,\ \therefore g_0 = \frac{GM_1}{R^2} - R\left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 \quad \text{（答）}$$

Ⅱ(1)

地球の円運動の方程式は $\dfrac{M_1{v_1}^2}{a_1} = \dfrac{GM_1M_2}{a^2}$， $\therefore {v_1}^2 = \dfrac{a_1}{a^2}GM_2$ ①

月の円運動の方程式は $\dfrac{M_2{v_2}^2}{a_2} = \dfrac{GM_1M_2}{a^2}$， $\therefore {v_2}^2 = \dfrac{a_2}{a^2}GM_1$ ②

点 O は地球と月の重心であることから，$a_1 = \dfrac{M_2a}{M_1+M_2}$，$a_2 = \dfrac{M_1a}{M_1+M_2}$

① より $v_1 = \sqrt{\dfrac{G{M_2}^2}{(M_1+M_2)a}}$ ，② より $v_2 = \sqrt{\dfrac{G{M_1}^2}{(M_1+M_2)a}}$ （答）

(2)

地球の中心を C_1 として時刻 t において， $\overrightarrow{OC_1} = \left(-a_1\cos 2\pi\dfrac{t}{T_2},\ -a_1\sin 2\pi\dfrac{t}{T_2}\right)$

点 X は地球の中心に対して，$(-R, 0)$の位置にあるから， $\overrightarrow{C_1X} = (-R, 0)$

したがって $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OC_1} + \overrightarrow{C_1X} = \left(-a_1\cos 2\pi\dfrac{t}{T_2} - R,\ -a_1\sin 2\pi\dfrac{t}{T_2}\right)$

時刻 t における X の座標は $\left(-a_1\cos 2\pi\dfrac{t}{T_2} - R,\ -a_1\sin 2\pi\dfrac{t}{T_2}\right)$ （答）

(3)

Ⅱ(2)における X の座標を (x_X, y_X)とすれば，$(x_X + R)^2 + {y_X}^2 = {a_1}^2$

点 X は $(-R, 0)$ を中心とし，半径 a_1，周期 T_2 の円運動をすることがわかる。

したがって，点 X 上の観測系から見ると，X 上の質量 m の質点に円運動の向心力と同じ大きさで反対方向の遠心力 (慣性力） f_C が働く。Ⅱ(1) の結果を活用して，

$$f_C = ma_1\left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 = ma_1\left(\frac{v_2}{a_2}\right)^2 = \frac{GM_2m}{a^2} \quad \text{（答）}$$

(4)

月から最遠の地球表面上の点 P は月中心からの距離 $a+R$ だから，月からの万有引力は $\dfrac{GM_2m}{(a+R)^2}$

月から最近の地球表面上の点 Q は月中心からの距離 $a-R$ だから，月からの万有引力は $\dfrac{GM_2m}{(a-R)^2}$

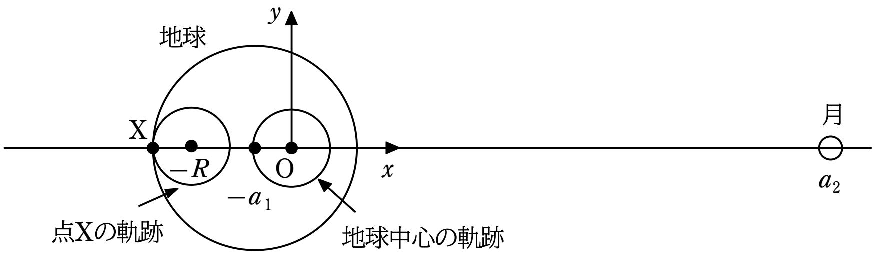
また点 Q は (2) と同様に $(R\,,0)$ を中心に円運動をするから，遠心力 f_C が働く。

図の座標系では月に近づく方向が正だから，

$$f_P = \left| -f_C + \frac{GM_2m}{(a+R)^2} \right| = \left| -\frac{GM_2m}{a^2} + \frac{GM_2m}{(a+R)^2} \right| = GM_2m\left\{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{(a+R)^2}\right\}，\text{遠ざかる方向}$$

（答）

$$f_Q = \left| -f_C + \frac{GM_2m}{(a-R)^2} \right| = GM_2m\left\{\frac{1}{(a-R)^2} - \frac{1}{a^2}\right\}，\text{近づく方向}\quad（答）$$



Ⅲ

Ⅱと同様の考え方により，

$$f_S = GM_3m\left\{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{(b+R)^2}\right\} = GM_3m\,\frac{2bR+R^2}{b^2(b+R)^2}\,,$$

したがって $\dfrac{f_S}{f_P} = \dfrac{M_3}{M_2}\,\dfrac{2bR+R^2}{b^2(b+R)^2}\,\dfrac{a^2(a+R)^2}{2aR+R^2} = \dfrac{M_3}{M_2}\,\dfrac{2b+R}{2a+R}\left(\dfrac{a}{b}\right)^2\left(\dfrac{a+R}{b+R}\right)^2$

表1−1より， $\dfrac{R}{b} = \dfrac{6.4\times10^6}{1.5\times10^{11}} = 4.3\times10^{-5} \ll 1$， $\dfrac{R}{a} = \dfrac{6.4\times10^6}{3.8\times10^8} = 1.7\times10^{-2} \ll 1$

したがって， $\dfrac{f_S}{f_P} \fallingdotseq \dfrac{M_3}{M_2}\left(\dfrac{a}{b}\right)^3 \fallingdotseq 0.466$，したがって，$0.\boxed{ア} = 0.4 < \dfrac{f_S}{f_P} < 0.5 = 0.\boxed{イ}$

$\boxed{ア} = 4$　（答）

<解説>

潮汐運動という自然現象を例として，地球表面の物体に働く力について考察する問題である。月の公転の中心を地球の中心とせず，地球と月の重心として扱うこと，同様に地球の公転についても太陽と地球の重心を中心として扱うことなど，目新しさがある。

その結果として，地球表面の物体に自転に伴う以外の公転による遠心力が発生することを考慮することとなる。

Ⅰ(1)，(2)

上記解答では力のつり合いから考えた。運動方程式から考えることもできる。

質点の円運動の方程式は $mg_0 = \dfrac{GmM_1}{R^2} - f_0 = \dfrac{GmM_1}{R^2} - mR\left(\dfrac{2\pi}{T_1}\right)^2$，

$\therefore\ g_0 = \dfrac{GM_1}{R^2} - R\left(\dfrac{2\pi}{T_1}\right)^2$　（答）

Ⅱ(1)

地球と月の円運動の周期は同じだから，$\dfrac{a_1}{v_1} = \dfrac{a_2}{v_2}$　③，①〜③より $M_1 a_1 = M_2 a_2$，

したがって $a_1 + a_2 = a_1 + \dfrac{M_1}{M_2} a_1 = \dfrac{(M_1 + M_2)a_1}{M_2} = \dfrac{M_2}{M_1} a_2 + a_2 = \dfrac{(M_1 + M_2)a_2}{M_1} = a$

$a_1 = \dfrac{M_2 a}{M_1 + M_2}$，$a_2 = \dfrac{M_1 a}{M_1 + M_2}$ が導かれる。

(3)

難問と感じたときは思考の迷路をさまようことなく，ここまでの設問の流れ，特に前問の解答を活用することを忘れない。(2) の解答を凝視すれば，点 X が円運動すると閃く。この解答を具体的に見ないと，点 X の軌跡を脳内に描くことは難しいと思う。

(4)

月から最遠および最近の地球表面上の点は月中心と地球中心とを結ぶ線が地球表面と交わる 2 点である。ある時刻（すなわち同一時刻）において最遠点 P と最近点 Q における遠心力は同じ方向（すなわち月から遠ざかる方向）である。

Ⅲ

太陽からの引力と地球の公転による遠心力の合力を考える問題。問題文にある通り，月の場合と同様に考察すれば良い。

第２問

<解答>

Ⅰ(1)

辺長 L のコイルが幅 d の磁場を横切るのだから，磁束の変化量 $\boxed{ア} = \Delta\phi = dLB$

この間の誘導起電力の平均値は $\overline{E} = -\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} = -v_a LB$

移動中の誘導起電力 $\overline{E}$ が一定と近似すると誘導電流は $\dfrac{\overline{E}}{R}$，したがって抵抗で発生するジュール熱の総和は $\boxed{イ} = \left(\dfrac{\overline{E}}{R}\right)^2 R\Delta t = \dfrac{\overline{E}^2}{R}\dfrac{d}{v_a} = \dfrac{(-v_a LB)^2 d}{v_a R} = \dfrac{v_a d L^2 B^2}{R}$

(2)

台車の中心が P_1 を通過した瞬間はコイル左辺は磁場に入っていないから，エネルギー保存の法則により，(1) の抵抗で発生するジュール熱は台車の運動エネルギーの損失に等しい。

$\dfrac{1}{2} m v_0^2 - \dfrac{1}{2} m v_1^2 = \dfrac{v_a d L^2 B^2}{R}$，したがって $\dfrac{1}{2} m (v_0 + v_1)(v_0 - v_1) = \dfrac{1}{2}(v_0 + v_1)\dfrac{dL^2B^2}{R}$

$m(v_0 - v_1) = \dfrac{dL^2B^2}{R}$，$\therefore\ v_1 = v_0 - \dfrac{dL^2B^2}{mR}$　（答）

Ⅱ(1)

台車が Q_1 から Q_2 へ移動する際，紙面裏から表へとコイルを貫く磁束が増加するので，これを減少させるような誘導起電力が発生し電流が流れる。すなわち右ねじの法則により，コイルに右回りの電流が誘導される。この電流はダイオードの順方向なので，電流が流れる。

キルヒホッフの第２法則をコイルに適用して $v_a LB - V - RI = 0$，$\therefore\ I = \dfrac{v_a LB - V}{R}$　（答）

(2)

フレミングの左手の法則により，x 軸負方向に力が加わる。$-IBL = -\dfrac{(v_a BL - V)BL}{R}$　（答）

(3)

台車が Q_3 から Q_4 へ移動する際，紙面裏から表へとコイルを貫く磁束が減少するので，これを増加させるような誘導起電力が発生し，コイル左回りに電流を流そうとする。しかし，これはダイオードの逆方向なので電流は流れない。したがって，この間のローレンツ力は 0　（答）

(4)

(2)より，台車は周回するごとに減速し，その減速力は電流の減少とともに弱くなっていくから，台車の運動エネルギー K_n は徐々に減少していく。

したがって，最も適切な K_n の変化の形は③　（答）

(5)

台車の速さが一定の v_∞ となるのは，コイルに電流が流れなくなり，ローレンツ力が発生しなくなったときだから，(1) よりコイルに流れる電流 $I = \dfrac{v_\infty LB - V}{R} = 0$ とおいて，

$v_\infty = \dfrac{V}{BL}$　（答）

Ⅲ(1)

Ⅱ(1) のように台車が Q_1 から Q_2 へ移動する際，それぞれのコイルには右回りに $I_1 = \dfrac{v_a LB}{R_1}$，$I_2 = \dfrac{v_a LB}{R_2}$ が流れる。したがって，$V_B = V_C = V_D + I_2 R_2 = v_a LB$　（答）

$V_A - V_B = I_1 R_1 = v_a LB$，$\therefore\ V_A = V_B + v_a LB = 2v_a LB$　（答）

(2)

台車が Q_1 から Q_2 へ移動する際は，

ABA のコイルには $I_1 = \dfrac{v_a BL}{R_1}$，CDC のコイルには $I_2 = \dfrac{v_a BL}{R_2}$ が時間 $\Delta t = \dfrac{d}{v_a}$ 流れる。

台車が Q_3 から Q_4 へ移動する際は，左辺のコイルに左回りの電流を流そうとする誘導起電力が発生するが，ダイオードの逆方向になるので，電流は流れない。

したがって，この間の抵抗による消費電力が台車の運動エネルギーの減少 ΔK に等しい。

$\Delta K = \dfrac{1}{2}mv_0{}^2 - \dfrac{1}{2}mv_2{}^2 = \dfrac{1}{2}m(v_0 + v_2)(v_0 - v_2) = \dfrac{1}{2}m(v_0 + v_2)|v_2 - v_0|$

コイル左辺が磁場に入っても電流は流れないので，$v_2 = v_1$ だから，

$v_a = \dfrac{v_0 + v_1}{2} = \dfrac{v_0 + v_2}{2}$，$\Delta K = mv_a\,|v_2 - v_0|$

消費電力は $(I_1^{\,2}\,R_1 + I_2^{\,2}\,R_2)\Delta t = (v_aBL)^2\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)\dfrac{d}{v_a} = dv_aB^2L^2\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right) = \Delta K$

$|v_2 - v_0| = \dfrac{dB^2L^2}{m}\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$ （答）

$\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{6R - R_1} = \dfrac{6R}{6RR_1 - R_1^{\,2}} = \dfrac{6R}{-(R_1 - 3R)^2 + 9R^2} \geqq \dfrac{2}{3R}$

したがって，$R_1 = 3R$ のとき，$|v_2 - v_0|$ は最小値をとる。　（答）

＜解説＞

Ⅱ(4)

台車は磁場中を移動するごとに減速するので，次第に電流が減少し 0 となる。すると，コイルに減速力が働かなくなり，やがて一定の速さとなる。

Ⅲ(1)

コイル ABA とコイル CDC とは，BC 間で短絡しているが，両者間で電流の授受はないことに注意する。なぜなら，どちらかのコイルから電流が流れるとしたら，一方のコイルの電流が増加を続け，他方のコイルの電流が減少を続けることになる。これは物理的にありえないからである。

点 Bと点 C の電位が同じであることにも注意する。

第３問

＜解答＞

Ⅰ(1)

$u = \sqrt{\overline{v_z^{\,2}}}$ として，気体 X の 1 分子がピストン面に与える平均の力積は $2m_{\mathrm{X}}u$

シリンダーの長さは $l = \dfrac{V_1 + V_2}{S}$，分子が往復する時間は $\Delta t = \dfrac{2l}{u}$

すると，分子 1 個が及ぼす平均の力は $\dfrac{2m_Xu}{\Delta t} = \dfrac{m_Xu^2}{l} = \dfrac{m_X\overline{v_z^{\,2}}}{l}$

気体 X の分子の数は N_A 個だから，

ピストンが気体 X から受ける力の大きさの平均 $F_1 = \dfrac{m_X\overline{v_z^{\,2}}}{l} \times N_A = \dfrac{m_X\overline{v_z^{\,2}}N_AS}{V_1 + V_2}$ （答）

(2)

シリンダー底面が気体 X から受ける力は (1) と同じ F_1

気体 Y から受ける力は，同様の考え方で (1) の l を $\dfrac{V_2}{S}$ とすればよく，$\dfrac{m_Y\overline{w_z^{\,2}}N_AS}{V_2}$

したがって，$F_2 = \dfrac{m_X\overline{v_z^{\,2}}N_AS}{V_1 + V_2} + \dfrac{m_Y\overline{w_z^{\,2}}N_AS}{V_2}$ （答）

(3)

$$\frac{1}{2}m_X\overline{v_z{}^2}=\frac{1}{2}kT=\frac{1}{2}\cdot\frac{R}{N_A}\cdot T,\ \therefore m_X\overline{v_z{}^2}=\frac{RT}{N_A},\ \text{同様に}\ m_Y\overline{w_z{}^2}=\frac{RT}{N_A}$$

$$p_1=\frac{F_1}{S}=\frac{m_X\overline{v_z{}^2}N_A}{V_1+V_2}=\frac{RT}{V_1+V_2}$$ （答）

$$p_2=\frac{F_2}{S}=\frac{RT}{V_1+V_2}+\frac{RT}{V_2}$$ （答）

(4)

両気体とも物質量 1 モル，温度 T だから，それぞれ $\frac{3}{2}RT$ の内部エネルギーをもつ。

したがって，気体 X と Y の内部エネルギーの合計は $3RT$ （答）

Ⅱ (1)

熱力学第一法則より，気体の内部エネルギーの増加 $\Delta U=Q+W$

$\Delta U=2\times\frac{3}{2}R\Delta T$， 熱のやりとりはなかったので $Q=0$，

気体は仕事をされたので，$W=\frac{1}{2}(p_1+p_1+\Delta p_1)\Delta V_1\fallingdotseq p_1\Delta V_1$

したがって $3R\Delta T=p_1\Delta V_1$，$\Delta T=\frac{p_1\Delta V_1}{3R}$ （答）

(2)

気体 X の状態方程式について，変化前は $p_1(V_1+V_2)=RT$，

変化後は $(p_1+\Delta p_1)(V_1-\Delta V_1+V_2)=R(T+\Delta T)$ より，

$-p_1\Delta V_1+\Delta p_1(V_1+V_2)=R\Delta T$，(1)の結果を使って，

$$\frac{\Delta p_1}{p_1}=\frac{\Delta V_1}{V_1+V_2}+\frac{R\Delta T}{p_1(V_1+V_2)}=\frac{\Delta V_1}{V_1+V_2}+\frac{\Delta V_1}{3(V_1+V_2)}=\frac{4}{3}\cdot\frac{\Delta V_1}{V_1+V_2}=\boxed{ア}\frac{\Delta V_1}{V_1+V_2}$$

$\boxed{ア}=\frac{4}{3}$ （答）

Ⅲ (1)

外部からピストンを押す力は変化しないので，気体 X の圧力は p_1 のままである。

加熱後の気体 X の状態方程式は，温度を T_h として，$p_1(2V_1+V_2)=RT_h$

$$\therefore T_h=\frac{1}{R}\cdot p_1(2V_1+V_2)=\frac{1}{R}\cdot\frac{RT}{V_1+V_2}\cdot(2V_1+V_2)=\frac{2V_1+V_2}{V_1+V_2}T$$ （答）

(2)

気体の内部エネルギーの増加は $\Delta U=2\times\frac{3}{2}R(T_h-T)=\frac{3V_1RT}{V_1+V_2}$

ピストンを押し上げることによりした仕事は $W=-p_1V_1$（仕事をされたときが正）

気体が吸収した熱量の合計は，熱力学第一法則により，

$$Q = \varDelta U - W = \frac{3V_1RT}{V_1+V_2} - (-p_1V_1) = \frac{3V_1RT}{V_1+V_2} + \frac{V_1RT}{V_1+V_2} = \frac{4V_1RT}{V_1+V_2} \quad \text{（答）}$$

＜解説＞

Ⅰ (3)

ここでは，気体 X と Y の分子の存在が相互に影響を与えないことが仮定されている。

すると気体 X，Y について，それぞれ独立に熱運動をしているので，それぞれ独立に状態方程式が成立する。

気体 X の状態方程式は $p_1(V_1+V_2) = RT$，$\therefore\ p_1 = \dfrac{RT}{V_1+V_2}$

気体 Y の状態方程式は $p_YV_2 = RT$，$\therefore\ p_Y = \dfrac{RT}{V_2}$，　$p_2 = p_1 + p_Y = \dfrac{RT}{V_1+V_2} + \dfrac{RT}{V_2}$

のように求めることもできる。

(4)

出題の意図がわからない。気体 X，Yともに温度 T で物質量が 1 モルなのだから，内部エネルギーの合計は直ちに求まる。

内部エネルギーを分子の運動エネルギーから導くことを求めるのなら，「気体 X と Y の分子の運動エネルギーから，内部エネルギーの合計を R，T を用いて表せ」などとすべきであろう。

そのような解答を示す。

分子の熱運動の等方性により，気体 X の分子の速さ v について，

$v^2 = {v_x}^2 + {v_y}^2 + {v_z}^2 = 3{v_z}^2$，　$\overline{v^2} = \overline{{v_x}^2} + \overline{{v_y}^2} + \overline{{v_z}^2} = 3\overline{{v_z}^2}$

気体 Y の分子の速さ w について，

$w^2 = {w_x}^2 + {w_y}^2 + {w_z}^2 = 3{w_z}^2$，　$\overline{w^2} = \overline{{w_x}^2} + \overline{{w_y}^2} + \overline{{w_z}^2} = 3\overline{{w_z}^2}$

気体の内部エネルギーは，気体分子の運動エネルギーの総和だから

気体 Xの内部エネルギーは，(3)より，　$\dfrac{1}{2}m_X\overline{v^2} \times N_A = \dfrac{3}{2}m_X\overline{{v_z}^2} \times N_A = \dfrac{3}{2}kT \times N_A = \dfrac{3}{2}RT$

気体 Y の内部エネルギーは，同様に，　$\dfrac{3}{2}m_Y\overline{{w_z}^2} \times N_A = \dfrac{3}{2}RT$，ただし $R = kN_A$

気体 X と Y の内部エネルギーの合計は $3RT$

Ⅱ (1)

気体 X，Y の温度変化は同じだから，内部エネルギーの変化は 2 モル分である。仕事をなされたのは，気体 X のみである。

Ⅲ (1)

おもりを乗せた状態で加熱したところ，ピストンがゆっくり押し上がったということは，領域 1 の圧力は変化しない，ことを意味する。ピストンを押す外部の力に変化はないからである。

<総評>

力と運動，電磁気，熱と気体の３分野からの出題。それぞれ、対象となる物理事象に新たな一工夫が加えられており，長い問題文を読みこなすとともに，的確な物理学力を問うものとなっている。
昨年度に比べると易化したように思う。本解説の分量が12から8ページと減少している。

第１問

地球と月，地球と太陽における万有引力と公転による遠心力とが地球の物体に及ぼす力と運動について考察する問題である。公転の中心を両者間の重心とすれば，地球の円運動による遠心力が発生することに注意する必要がある。

これが，月による潮汐運動に万有引力の変化以外の要素として効いてくることが明らかとなる。
太陽から受ける力についても同様に扱う。長い問題文を的確に読み，現象を理解し，知識を活用することが求められる。

例年の模擬的な物理現象を素材とした出題ではないので，考え易い半面，月の公転において地球の円運動を考慮するなど，目新しい取り扱いが必要になるので，難易度 はA。

第２問

磁場中を移動するコイルに関する問題は電磁分野では頻出である。コイルに抵抗に加えて，ダイオードを接続したり，コイルを二本にしてその間を短絡したりと，考察のバリエーションを増やして，受験生の理解力を試している。

全体として難しい取り扱いを必要とする問題ではないが，Ⅲのコイル二本のときの考え方に戸惑うかも知れない。

例年の電磁気分野の問題としては容易といって良いだろう。難易度はＢ。

第３問

分子の熱運動に基づく気体の状態変化に関わる問題。シリンダーが二つの領域に分かれ，気体 X は領域間の膜を自由に通過できるので，両領域に均等に存在する。気体 Y は通過できないため、領域 2 にのみ偏在するという現象設定である。

圧力変化や温度変化を与えたときの現象を考察する。分子運動による圧力と熱エネルギーによって考察を進める。気体 X と気体 Y について，それぞれの状態方程式が独立に成立することに気づくと，容易に扱えるようになる。

このような現象設定はどのようにして可能か，物理的には興味が尽きない。難易度Ｂ＋

260228