令和７年度（2025年度）共通テスト　数学Ⅰ，数学Ａ　解説

数学Ⅰ，数学Ａ（100点，70分）

（全問必答）

第１問（配点　30）

＜解答＞

［１］ア２　イ８　ウ２　エ５　オ３　カ２　キ６　ク４　ケ１

［２］コ２　サ４　シ８　ス１　セ０　ソ２　タ２　チ２　ツ１　テ１　トナ14　ニ４　ヌネ14

＜解説＞

［１］

$(2a+4b-2)x^2+(5a+11)x-b-8=0$　①

(1) $a=1$とする。

b に着目すると，① の左辺は

$(4x^2-1)b+16x-8$　②

② を因数分解すると

$(2x-1)(2x+1)b+8(2x-1)=(2x-1)(2bx+b+8)=(2x-1)(\boxed{ア}bx+b+\boxed{イ})$

$x=\dfrac{1}{2}$ は ② の解の一つであることがわかる。

(2) $b=2$とする。

(ⅰ) ① の左辺を因数分解すると

$(2a+6)x^2+(5a+11)x-10=(2x+5)\{(a+3)x-2\}=(\boxed{ウ}x+\boxed{エ})\{(a+\boxed{オ})x-\boxed{カ}\}$

(ⅱ) $a=2\sqrt{2}$ のとき，① の解は $(2x+5)\{(2\sqrt{2}+3)x-2\}=0$より，

$$\frac{2}{2\sqrt{2}+3}=\frac{2(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=6-4\sqrt{2}=\boxed{キ}-\boxed{ク}\sqrt{2}$$

(ⅲ) $a=-\boxed{オ}=-3$ であることは，① の解が $x=-\dfrac{エ}{ウ}=-\dfrac{5}{2}$ だけであるための $\boxed{ケ}$。

(ⅰ)の $(2a+6)x^2+(5a+11)x-10=(2x+5)\{(a+3)x-2\}=0$ において，

$a=-3\rightarrow$ 解は $x=-\dfrac{5}{2}$ だけ，　$x=-\dfrac{5}{2}$ のとき　$(a+3)x-2=0$ より $a=-\dfrac{19}{5}$

命題：「 $a=-3$ 」→「① の解は $x=-\dfrac{5}{2}$ だけ」，成立

命題：「① の解は $x=-\dfrac{5}{2}$ だけ」→「$a=-3$」，不成立。したがって $\boxed{ケ}$ ①

$\boxed{ケ}$ の解答群

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない

① 十分条件であるが，必要条件ではない

② 必要十分条件である

③ 必要条件でも十分条件でもない

コメント：

(2) (iii) では， $x=-\dfrac{5}{2}$ のとき， $a \fallingdotseq -3$ でも $\{(a+3)x-2\}=0$ が成立することに注意。

［2］

図１の△PABと△QABについて考える。ただし ∠APB＜∠AQB，∠PABは鋭角

(1)

△OAHに着目すると，$\mathrm{AH}=\mathrm{OA}\sin\alpha=2\sin\alpha=\boxed{コ}\sin\alpha$ であるから

$\mathrm{PA}=2\mathrm{AH}=4\sin\alpha=\boxed{サ}\sin\alpha$　①

同様に，$\mathrm{PB}=2\mathrm{BH'}=8\sin\beta=\boxed{シ}\sin\beta$　②

また，△PABの外接円の半径を R_1 とおくと，正弦定理により

$\dfrac{PA}{\sin\beta}=\dfrac{PA}{\sin ス}=\dfrac{PA}{\sin ①}=2R_1$，　$\dfrac{PB}{\sin\alpha}=\dfrac{PB}{\sin セ}=\dfrac{PB}{\sin ⓪}=2R_1$ が成り立つので

$\mathrm{PA}\sin\alpha=\mathrm{PB}\sin\beta$

この式に，① と ② を代入して，$4\sin^2\alpha=8\sin^2\beta$，$\therefore\ \sin\alpha=\sqrt{2}\sin\beta=\boxed{\sqrt{ソ}}\sin\beta$

したがって，$\mathrm{PB}=\sqrt{2}\ \mathrm{PA}$，$R_1=\dfrac{PB}{2\sin\alpha}=\dfrac{8\sin\beta}{2\sqrt{2}\sin\beta}=2\sqrt{2}=\boxed{タ}\boxed{\sqrt{チ}}$

$\boxed{ス}$，$\boxed{セ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ α　　① β

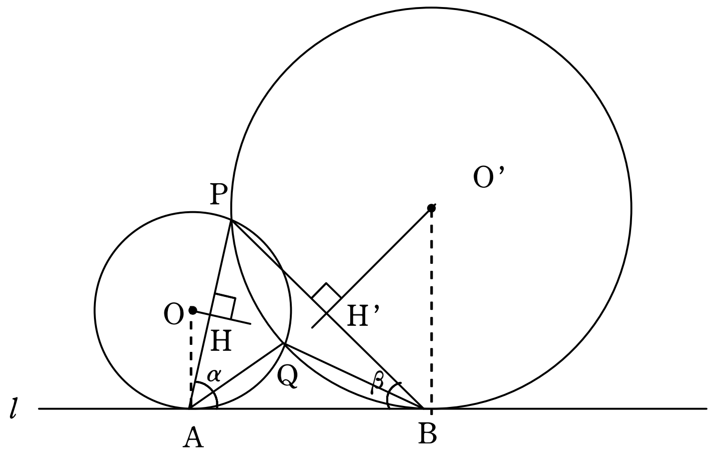


図１

(2)

太郎と花子の会話

太郎：△QAB の外接円の半径も求められるかな。

花子：(1) の R_1 の求め方を参考にすればよさそうだね。

△QAB の外接円の半径を R_2 とおく。∠QAB＝α'，∠QBA＝β' とおく。

図２を参照しながら，△QAB について，上記の△PAB と同様に考える。

正弦定理より，$2R_2=\dfrac{QB}{\sin\alpha'}=\dfrac{QA}{\sin\beta'}$，

しかるに，QA $= 2\mathrm{OA}\sin\alpha' = 4\sin\alpha'$， QB $= 2\mathrm{O'B}\sin\beta' = 8\sin\beta'$だから，

$$2R_2 = \frac{QB}{\sin\alpha'} = \frac{8\sin\beta'}{\sin\alpha'} = \frac{QA}{\sin\beta'} = \frac{4\sin\alpha'}{\sin\beta'}，\ \therefore \sin\alpha' = \sqrt{2}\ \sin\beta'，\ R_2 = 2\sqrt{2}$$

このとき， R_1 $\boxed{ツ\ ①\ =}$ R_2 である。さらに $\sin\angle APB$ $\boxed{テ\ ①\ =}$ $\sin\angle AQB$ である。

$\boxed{ツ}$，$\boxed{テ}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ ＜　　　① ＝　　　② ＞

(3) これまでの考察をもとに，△PABと△QABの辺の長さについて考える。

太郎と花子の会話

太郎：ABの長さが与えられれば，PAとQAの長さが求められそうだね。

花子：∠APB＜∠AQBに注意して求めてみようよ。

AB $= 2\sqrt{7}$ とする。このとき $\sin\angle\mathrm{APB} = \dfrac{AB}{2R_1} = \dfrac{2\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{14}}{4} = \dfrac{\sqrt{トナ}}{ニ}$

(1)より，PB $= \sqrt{2}$ PA，余弦法則により$(\mathrm{AB})^2 = (\mathrm{PA})^2 + (\mathrm{PB})^2 - 2\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}\cos\angle\mathrm{APB}$

$(\cos\angle\mathrm{APB})^2 = 1 - (\sin\angle\mathrm{APB})^2 = \dfrac{1}{8}$， $\therefore \cos\angle\mathrm{APB} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$だから，

PA $= \sqrt{14} = \sqrt{ヌネ}$ である。

同様に QA $= \sqrt{7}$ であることがわかる。

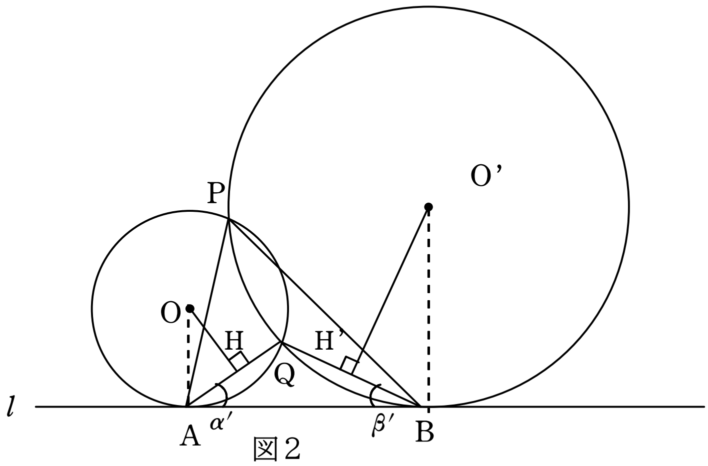


図２

コメント：

(2) では太郎と花子の会話から示唆されるように，(1) と同様の考え方で，△QABの外接円の半径 R_2 を求めることがポイントである。図２のように，同様にOからQAに，O'からQBに垂線OH，O'H'を下して考える。すると，示したように，△PABと同様の結果が得られる。

(3)では余弦法則の活用がポイントである。問題とは直接関係しないが，「同様に QA $= \sqrt{7}$ であることがわかる。」の記述を確認しておこう。

$\mathrm{AB}=2\sqrt{7}$ として， $\sin\angle\mathrm{AQB}=\dfrac{AB}{2R_2}=\dfrac{2\sqrt{7}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{14}}{4}=\sin\angle\mathrm{APB}$

$\angle\mathrm{APB}<\angle\mathrm{AQB}$であるから，$\angle\mathrm{AQB}=\pi-\angle\mathrm{APB}>\dfrac{\pi}{2}$

$\mathrm{QA}=2\mathrm{OA}\sin\alpha'=4\sin\alpha'=4\sqrt{2}\sin\beta'$， $\mathrm{QB}=2\mathrm{O'B}\sin\beta'=8\sin\beta'$だから， $\mathrm{QB}=\sqrt{2}\,\mathrm{QA}$

余弦法則により$(\mathrm{AB})^2=(\mathrm{QA})^2+(\mathrm{QB})^2-2\mathrm{QA}\cdot\mathrm{QB}\cos\angle\mathrm{AQB}$

$(\cos\angle\mathrm{AQB})^2=1-(\sin\angle\mathrm{AQB})^2=\dfrac{1}{8}$， $\therefore\cos\angle\mathrm{AQB}=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$だから， $\mathrm{QA}=\sqrt{7}$

PとQが共に円OとO'の円弧の端点であることから，$\angle\mathrm{AQB}=\pi-\angle\mathrm{APB}$が成立し， $R_1=R_2$ という興味深い関係が得られる。

第2問（配点　30）

＜解答＞

［1］ア1　イ4　ウ5　エ8　オ5　カ9　キ5　クケ81　コサ25　シ0　ス1　セ4　ソ0

［2］タ0　チ4　ツ3　テ4　ト0　ナニ43　ヌ0　ネ0

＜解説＞

［1］

花子と太郎の公園にある噴水についての会話

花子：あの中央の大きな噴水の高さは何メートルだろう。

太郎：実際に高さを測定するのは難しそうだね。噴水の水がえがく曲線は，放物線になると聞いたことがあるよ。

花子：じゃあ，放物線と仮定して，およその高さを考えてみよう。

噴水の水がえがく曲線は三つとも放物線とする。

仮定 1

- 左側の小さな噴水の水がえがく放物線 C_1 は， x 軸上の点 $\mathrm{P}_1\left(-\dfrac{5}{2},0\right)$ から出て点$\left(\dfrac{1}{2},0\right)$に至る。
- 右側の小さな噴水の水がえがく放物線 C_3 は， x 軸上の点 $\mathrm{P}_3\left(\dfrac{5}{2},0\right)$ から出て点$\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$に至る。
- C_1 と C_3 はともに点$(0,1)$を通る。

仮定 2

- 中央の大きな噴水のえがく放物線 C_2 は x 軸上の点 $\mathrm{P}_2\left(\dfrac{3}{2},0\right)$ から出て C_3 の頂点とC_1 の頂点を通る。

(1)

C_1 をグラフにもつ2次関数を $y=ax^2+bx+c$ とする。点$(0,1)$を通るから， $c=1=\boxed{ア}$

また$\left(-\dfrac{5}{2},0\right)$，$\left(\dfrac{1}{2},0\right)$を通るから，$C_1$ の 2 次関数は

$y=a\left(x+\dfrac{5}{2}\right)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=a\left(x^2+2x-\dfrac{5}{4}\right)=ax^2+2ax-\dfrac{5}{4}a=a(x+1)^2-\dfrac{9}{4}a$

したがって，$a=-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$，$b=2a=-\dfrac{8}{5}=-\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$

C_1 の頂点の y 座標は，$x=-1$ のときだから，$y=-\dfrac{9}{4}a=\dfrac{9}{5}=\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$

C_2 は y 軸に関して対称だから，その 2 次関数は $y=p\left(x+\dfrac{3}{2}\right)\left(x-\dfrac{3}{2}\right)$ とおける。

C_2 は C_1 の頂点$\left(-1,\dfrac{9}{5}\right)$を通ることから，$p=-\dfrac{36}{25}$，

したがって C_2 の頂点の y 座標は $\dfrac{81}{25}=\dfrac{\boxed{クケ}}{\boxed{コサ}}$

したがって，大きな噴水の高さは，小さな噴水の高さの $\dfrac{9}{5}$ 倍だから，$\boxed{\text{シ ⓪ およそ2倍}}$ である。

$\boxed{シ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ およそ 2 倍　① およそ 3 倍　② およそ 4 倍　③ およそ 5 倍

(2)

花子と太郎の大きな噴水の高さについての会話

花子：正面から見たとき，大きな噴水が小さな噴水のの頂点を通って見えるというデザインは変えずに，大きな噴水の高さを変えることはできるのかな。

太郎：左右の二つの小さな噴水は変えずに，大きな噴水の水が出る位置を変えてみたらどうかな。

花子：大きな噴水の高さが 5 メートルになるときの水が出る位置を考えてみよう。

仮定 2 の代わりに**仮定 2′** をおく。

・中央の大きな噴水の水がえがく放物線 C_2' は，x 軸の正の部分の点 P_2' から出て C_3 の頂点と C_1 の頂点を通る。

・C_2' の頂点の y 座標は 5 である。

仮定1と**仮定 2′** のもとで考える。

放物線 C_2' の 2 次関数は $y=p'(x+q')(x-q')$ とおける。

C_2' は点 $(0,5)$，$\left(-1,\dfrac{9}{5}\right)$，$\left(1,\dfrac{9}{5}\right)$ を通るから，$p'=-\dfrac{16}{5}$，$q'=\dfrac{5}{4}$

したがって，放物線 C_2' の 2 次関数は $y=-\dfrac{16}{5}\left(x+\dfrac{5}{4}\right)\left(x-\dfrac{5}{4}\right)$

このとき，P_2' は点$\left(\dfrac{5}{4},0\right)$であり，$P_2\left(\dfrac{3}{2},0\right)$より，$\dfrac{3}{2}-\dfrac{5}{4}=\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{4}}=\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ だけ $\boxed{\text{ソ ⓪ } P_1}$ の方にある。

ソ の解答群

⓪ P_2　　　① P_3

コメント：

噴水の水が放物線をえがくとして，三つの噴水の放物線の関係を考察する問題。それぞれを 2 次関数として表現し，中央の大きな噴水が脇の二つの小さな噴水の頂点を通る場合について，2 次関数を設定する。2 次関数に関わる問題としては難しいものではない。頂点の座標，2 次関数を 2 次方程式としたときの解と係数の関係など，基礎知識を活用する。

［2］

以下の問題の解答では，与えられたデータに対して，次の値を外れ値とする。

「（第 1 四分位数）－ 1.5×（四分位範囲）」以下の値

「（第 3 四分位数）＋ 1.5×（四分位範囲）」以上の値

(1)

（i）

図 1 に関する記述 (a)，(b) の正誤の組み合わせとして正しいものは タ ⓪ である。

(a) 令和 4 年について，外国人宿泊者数が 100 を超え，かつ日本人宿泊者数が 2500 を超える都道府県数は 2 である。　正

(b) 令和 4 年について，日本人宿泊者数が外国人宿泊者数の 10 倍未満である都道府県の割合は 50 %未満である。　正

タ の解答群

	⓪	①	②	③
(a)	正	正	誤	誤
(b)	正	誤	正	誤

（ii）

47 都道府県の外国人宿泊者数を分析した結果，外れ値となる都道府県数は 8 であった。

表 1 は日本人宿泊者数を小さい順に並べたもの。このデータにおいて四分位範囲は チ ④ 900

なぜなら中央値は P_{24}，第 1 四分位数は $P_{12}=351$，第 3 四分位数は $P_{36}=1251$，$1251-351=900$

また外れ値は

「（第 1 四分位数）－ 1.5×（四分位範囲）」$=(351-1.5\times900)=-999$以下

「（第 3 四分位数）＋ 1.5×（四分位範囲）」$=(1251+1.5\times900)=2601$以上

P45，P46，P47 が外れ値となる。したがって外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の両方で外れ値となる都道府県の数は ツ 3 である。

チ の解答群

⓪320　①450　②597　③638　④900

⑤966　⑥1253　⑦1261　⑧1602　⑨1864

(2)

47 都道府県におけるある年の外国人宿泊者数を x，日本人宿泊者数を y とし， x と y の値の組を，それぞれ

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_{47}, y_{47})$

と表す。 x，y の平均値をそれぞれ $\overline{x}$， $\overline{y}$ とし， x，y の分散をそれぞれ ${s_x}^2$， ${s_y}^2$ とする。

また x と y の共分散を s_{xy} とする。

47 都道府県それぞれにおける外国人宿泊者数と日本人宿泊者数を足し合わせた合計宿泊者数を z とし，その値を $z_i = x_i + y_i$ $(i = 1, 2, \cdots, 47)$ と表す。

z の平均値を $\overline{z}$ とするとき $z_i - \overline{z} = (x_i - \overline{x}) + (y_i - \overline{y})$ $(i = 1, 2, \cdots, 47)$

このことに着目すると， z の分散は ${s_z}^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(z_i - \overline{z})^2}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\{(x_i - \overline{x}) + (y_i - \overline{y})\}^2}{n}$

$= \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\{(x_i - \overline{x})^2 + 2(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y}) + (y_i - \overline{y})^2\}}{n} = {s_x}^2 + {s_y}^2 + 2s_{xy} = \boxed{\text{テ ④}}$

また，令和 4 年の x と y の間には正の相関があることが図 1 からわかる。すると $s_{xy} > 0$だから，${s_z}^2$ と ${s_x}^2 + {s_y}^2$ について， ${s_z}^2 = {s_x}^2 + {s_y}^2 + 2s_{xy} > {s_x}^2 + {s_y}^2$，すなわち $\boxed{\text{ト ⓪}}$ の関係がある。

$\boxed{\text{テ}}$ の解答群

⓪ ${s_x}^2 + {s_y}^2 - 2s_{xy}$　① ${s_x}^2 + {s_y}^2 - s_{xy}$　② ${s_x}^2 + {s_y}^2$　③ ${s_x}^2 + {s_y}^2 + s_{xy}$　④ ${s_x}^2 + {s_y}^2 + 2s_{xy}$

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ ${s_z}^2 > {s_x}^2 + {s_y}^2$　① ${s_z}^2 = {s_x}^2 + {s_y}^2$　② ${s_z}^2 < {s_x}^2 + {s_y}^2$

(3)

宿泊を促すキャンペーンA，B

うわさ：キャンペーンAの方がよいと思っている人が多い

うわさの確認：かたよりなく選んだ人たちに，A，Bのどちらがよいか，二択のアンケート

回答者35人中23人が「キャンペーンAの方がよい」と回答

→「一般にキャンペーンAの方がよいと思っている人が多い」といえるか，

次の方針によって考察

方針

- 仮説：「Aの方がよい」と回答する割合と「Bの方がよい」と回答する割合は等しい
- この仮説のもとで，上記の確認アンケート結果の確率が5%未満であれば，その仮説は誤りと判断し，5%以上であればその仮説は誤っているとは判断しない。

実験：35 枚の硬貨を 1000 回投げて，表が出た枚数ごとの割合を算出

実験結果を用いると，35 枚の硬貨のうち 23 枚以上が表となった割合は 4.3% ＝ $\boxed{ナ}$．$\boxed{二}$％

これを 35 人のうち 23 人以上が「キャンペーン A の方がよい」と回答する確率とみなす。

方針に従うと，”「A の方がよい」と回答する割合と「B の方がよい」と回答する割合は等しい ”という仮説は $\boxed{ヌ\ ⓪\ 誤っていると判断する}$ 。

したがって，アンケート結果からは，キャンペーン A の方がよいと思っている人が $\boxed{ネ\ ⓪\ 多いといえる}$。

コメント：

数学Ⅰの「データの分析」分野の問題。この分野は設問数に対して，問題文が長く，図表が多いので，まずは長文と図表を的確に読み込んで，題意を正確に把握することが第一である。

⑴ では，図 1 を的確に読み込めば (a)，(b) の記述の正誤の判断は容易だろう。表 1 から，47 都道府県の日本人宿泊者数の四分位範囲を求めるには，第 1 ，第 2 ，第 3 四分位数を正確に計数する必要がある。

⑵ では，都道府県別の外国人宿泊者数と日本人宿泊者数の和の分散とそれぞれの分散との関係，共分散と相関について考察する。分散，共分散の基礎的理解が必要である。

⑶ では，仮説と検定に関する問題である。「データの分析」分野では理解が難しいテーマである。それだけに，ここでの問題設定は簡明である。「A，B どちらがよいか」についてのうわさ「A がよい」を誤っているか、いないかを判断すること，について考察する。

「A がよいか，B がよいか」の二択のアンケートを実施し，35 人中 25 人が「A がよい」と答えた。このとき，うわさ通り，一般的に「A がよい」と思っている人が多いといえるか判断する。

仮説「A がよいとする回答とBがよいとする回答の割合は等しい」を立て，「35 人中 25 人が A がよい」という回答が発生する確率が 5 ％ 未満であれば，その仮説は誤りと判断する。その回答が発生する確率を調べるために，35 枚のコイン投げを 1000 回実施し，25 回表がでる確率を調べる。すると与えられた表から4.3%となる。

これは表と裏の出る回数の確率は同じ場合，「35 枚のコイン投げで 25 回表がでる確率」は 4.3 ％ であることを意味する。5 ％ 未満だから，「35 人中 A がよいの回答が 23 人」」場合，仮説「A がよいの回答と B がよいの回答の割合は等しい」は誤りと判断されることになる。仮説が正しいとすれば 4.3 ％ しか起きないことが起こったのだから，仮説が誤っていると判断することができるというわけだ。

第３問 (配点 20)

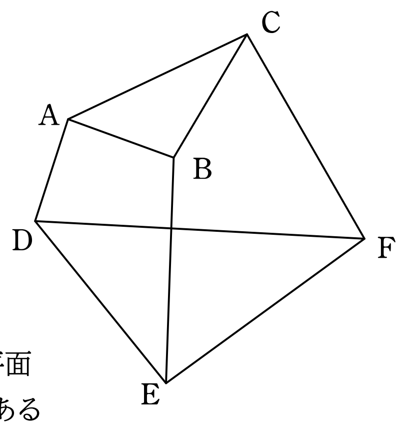
＜解答＞

⑴ ア 2　イ 3　⑵ ウ 3　エオ 11　カ 7　キ 5　ク 4　ケ 3　コサ 15　シス 12　セ 4

＜解説＞

6点 A，B，C，D，E，Fを頂点とする三角形 ABC と DEF，四角形 ABED，ACFD，BCFE を

面とする五面体がある。ただし直線 AD と BE は平行でない。



(1)

直線 AD，BE，CF は 1 点で交わることを証明する。
直線 AD と BE は平面 ABED 上にあり，平行でないので 1 点で交わる。その交点を P とする。

点 P は直線 AD 上にあり，直線 AD は ABED と平面 $\boxed{\text{ア ② ACFD}}$ との交線であるから，平面 ACFD 上にある。

また，点 P は直線 BE 上にあり，直線 BE は平面 ABED と平面 $\boxed{\text{イ ③ BCFE}}$ の交線であるから，点 P は平面 BCFE 上にもあることがわかる。

以上のように，点 P は異なる三平面上にあるから， それらの交線である 3 直線 AD，BE，CF の 3 直線は 1 点すなわち点 P で交わる。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ ABC　　① DEF　　② ACFD　　③ BCFE

(2) (ⅰ)

五面体において，面 ABC は一辺の長さが 3 の正三角形であり

AD = 7，BE = 11，CF = 17，DE = 9

であるとする。また，6点 A，B，C，D，E，F はある一つの球面上にあるとし，その球面を S とする。直線 AD と BE の交点を P とする。

(ⅰ) 平面 ABED と球面 S が交わる部分は円であり，4 点 A，B，E，D はその円周上にある。

このことから，三角形 PAB と PED は相似であることがわかり，その相似比は

AB : ED = 3 : 9 = 1 : 3 = 1 : $\boxed{\text{ウ}}$ である。 したがって

3PA = PE = PB + BE = PB + 11 = PB + $\boxed{\text{エオ}}$

3PB = PD = PA + AD = PA + 7 = PA + $\boxed{\text{カ}}$

が成り立つ。よって

PA= 5 = $\boxed{\text{キ}}$，PB= 4 = $\boxed{\text{ク}}$

(ⅱ)

平面 BCFE と球面 S が交わる部分に着目すると，方べきの定理より

PB･PE = PC･PF より，4×15 = PC (PC+17)，∴ PC = 3 = $\boxed{\text{ケ}}$

三角形 PBC と PFE は相似であることからBC : EF = PC : PEとなり

3 : EF = 3 : 15，∴ EF = 15 = $\boxed{\text{コサ}}$

三角形 PAC と PFD は相似であることから，同様の考え方から，DF = 12 = $\boxed{\text{シス}}$

(ⅲ)

∠ADE，∠ADF，∠EDF の大きさに着目すると，次の命題 (a)，(b)，(c) の真偽の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{④ セ}}$ である。

$(\mathrm{DE})^2 + (\mathrm{DF})^2 = 9^2 + 12^2 = 225 = 15^2 = (\mathrm{EF})^2$，∴∠EDF = 90°

$(\mathrm{DE})^2+(\mathrm{PD})^2=9^2+12^2=225=15^2=(\mathrm{PE})^2$，$\therefore \angle\mathrm{ADE}=90°$

(a) 平面 ABED と平面 DEF は垂直である。→ 偽

$\because \angle\mathrm{ADF}>90°$，$\angle\mathrm{EDF}=90°$，

∴平面 ABED と平面 DEFは垂直ではない。

(b) 直線 DE は平面 ACFD に垂直である。→ 真

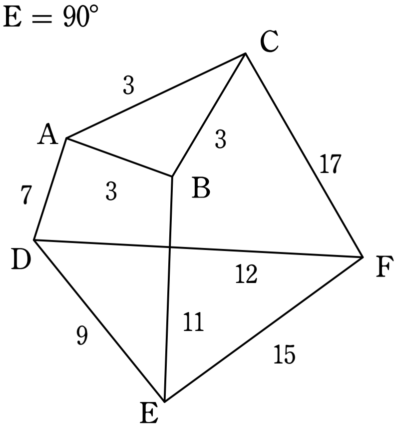
$\because \angle\mathrm{ADF}>90°$，$\angle\mathrm{EDF}=90°$，

∴直線 DE は平面 ACFD に垂直

(c) 直線 AC と直線 DE は垂直である。→ 真

∵ 直線 DE は平面 ACFD に垂直，

AC は平面 ACFD 内の直線，$\therefore \mathrm{AC}\perp\mathrm{DE}$



$\boxed{セ}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(a)	真	真	真	真	偽	偽	偽	偽
(b)	真	真	偽	偽	真	真	偽	偽
(c)	真	偽	真	偽	真	偽	真	偽

コメント：

立体図形に関する問題であるが，煩瑣な図形ではなく，扱い易いであろう。

(1) では，五面体の稜線を構成する3本の直線が1点で交わることを証明する。

(2) では，五面体の頂点が球面上にあるとの条件と辺長を具体的に与え，方べきの定理を活用して，稜線を延長してできる三角錐の稜線の長さを求める。参考図に三角錐を描いて，方べきの定理を活用すべき三角形を確定させれば，相似関係も容易に求まる。

さらに，与えられた数字，求めた数字を参考図に記入し，問題文の角度の大きさに注目すると，直角三角形が見えてくる。三平方の定理が容易に浮かんでくるようでありたい。

第４問 (配点 20)

＜解答＞

(1) ア 5　イウ 16　エオ 11　カキ 16　ク 5　ケ 8

(2) コサシ 450　ス 0　セ 0

(3) ソタチ 425　ツ 1　テ 1　トナニ 180

＜解説＞

ある行事で，主催者が次のゲームを計画している。

ゲーム

参加者はくじを最大 3 回引き，当たりが出たら，1200 円相当の景品を主催者から受け取り，以降はくじを引かない。参加者はくじを 1 回目，2 回目，3 回目で異なる箱から引く。1 回目のくじ引きで当たりが出なかった場合は 2 回目のくじを引き，2 回目のくじ引きでも当たりが出

なかった場合は3回目のくじを引く。主催者は，当たりの出る確率について次の通り設定する。

- 1回目に当たりが出る確率は $\frac{3}{16}$ である。
- 1回目に当たりが出ず，かつ2回目に当たりが出る確率は $\frac{1}{8}$ である。
- 1回目，2回目ともに当たりが出ず，かつ3回目に当たりが出る確率は $\frac{1}{16}$ である。

ゲームの参加料について，主催者は2種類の支払い方法を考えている。参加料に関する設定の妥当性について，主催者は判断を行う。

(1)

1回目または2回目に当たりが出る事象の確率　①

（1回目に当たりが出る確率)+(1回目に当たりが出ず，かつ2回目に当たりが出る確率）

$= \frac{3}{16} + \frac{1}{8} = \frac{5}{16} = \boxed{\frac{ア}{イウ}}$

1回目，2回目ともに当たりが出ない事象の確率　②

②は①の事象の余事象だから，$1-\frac{5}{16} = \frac{11}{16} = \boxed{\frac{エオ}{カキ}}$

1回も当たりが出ない事象の確率　③

(1回目または2回目または3回目で当たりが出る事象）の余事象だから，

$1-\left(\frac{3}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}\right) = 1-\frac{3}{8} = \frac{5}{8} = \boxed{\frac{ク}{ケ}}$

以下では，主催者が参加者に対して負担する金額を X 円とする。すなわち，参加者がゲームで景品を受け取るとき $X=1200$，景品を受け取らないとき $X=0$ である。

(2)

(ｉ) 数量 X の期待値は $0\times\frac{5}{8} + 1200\times\frac{3}{8} = 450 = \boxed{コサシ}$

X	0	1200	計
確率	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$	1

(ii) 次の支払い方法1を考える。

支払い方法1

参加者は1回目のくじを引く直前に参加料500円を支払う。

支払い方法1の場合， 主催者が負担する金額 X 円の期待値

$<$ 参加料の金額500円 → 主催者は参加料の設定が妥当であると判断

$\geqq$ 参加料の金額500円 → 参加料の設定は妥当ではないと判断

(ｉ)で求めた X 円の期待値 $\boxed{コサシ\ 450}$ 円は参加料の金額500円 $\boxed{ス\ ⓪\ 未満である}$ 。

したがって，主催者は参加料500円という設定について $\boxed{セ\ ⓪\ 妥当である}$ と判断する。

$\boxed{ス}$ の解答群　　⓪ 未満である　　① 以上である

$\boxed{セ}$ の解答群　　⓪ 妥当である　　① 妥当ではない

(3) a を正の整数とする。次の支払い方法 2 を考える。

支払い方法 2

参加者は 1 回目，2 回目，3 回目のくじを引く直前に それぞれ料金 a 円を支払う。
この料金をくじ引き料といい，当たりが出た後は，くじを引かないため支払わない。

支払い方法 2 でゲームを通して参加者が支払うくじ引き料の合計を参加料とし， Y 円で表す。

(ⅰ) $a=170$ とする。このとき，次が成り立つ。

- 1 回目に当たりが出るとき， $Y=170$
- 1 回目に当たりが出ず，かつ 2 回目に当たりが出るとき， $Y=340$
- 1 回目，2 回目ともに当たりが出ないとき， $Y=510$

数量 Y の期待値は $170\times\dfrac{3}{16}+340\times\dfrac{1}{8}+510\times\dfrac{11}{16}=425=\boxed{ソタチ}$

Y	170	340	510	計
確率	$\dfrac{3}{16}$	$\dfrac{1}{8}$	$\dfrac{11}{16}$	1

(ⅱ) 支払い方法 2 の場合，主催者が負担する金額 X 円の期待値

$<$ 参加料 Y 円の期待値 → 主催者はくじ引き料の設定が妥当であると判断

$\geqq$ 参加料 Y 円の期待値 → くじ引き料の設定は妥当ではないと判断

(2) の (ⅰ) で求めた X 円の期待値 $\boxed{コサシ\ 450}$ 円は， a =170円と設定した場合の支払い方法 2 で参加者が支払う参加料 Y の期待値 $\boxed{ソタチ\ 425}$ 円 $\boxed{ツ\ ①\ 以上である}$ 。
したがって，主催者はくじ引き料170円という設定について $\boxed{テ\ ①\ 妥当ではない}$ と判断する。
また，くじ引き料の設定が妥当であると判断するのは

$$Y\text{の期待値}=a\times\frac{3}{16}+2a\times\frac{1}{8}+3a\times\frac{11}{16}=\frac{5}{2}a>X\text{円の期待値}\ \boxed{コサシ\ 450}\text{円}$$

すなわち $a>\boxed{トナニ\ 180}$ のときであり，
妥当でないと判断するのは $a\leqq\boxed{トナニ\ 180}$ のときである。

$\boxed{ツ}$ の解答群　　⓪ 未満である　　① 以上である
$\boxed{テ}$ の解答群　　⓪ 妥当である　　① 妥当ではない

コメント：
くじ引きゲームを題材とした確率に関する問題である。確率という学問は生起が確定的ではない事象の予測（社会的活動に関する事象の多くの場合「賭け，ギャンブル」と呼ばれる）に関連して発展したきた。
ゲームの主催者は当たりくじを引いた参加者に景品を与える。景品の費用はゲームの参加者が支払

う参加料から賄う。当たるかどうかは不確定だから，景品をもらう人もいればもらえない人もいる。しかし，景品をもらう人の数の期待値はくじの当たりの確率によって決まるから，景品の費用の期待値が決まる。

参加料が景品の費用を上回らないと，ゲームの主催者は赤字となって、ゲームの継続が困難になる。したがって，主催者はゲームの方法と当たりの確率，景品の費用，参加料の 3 つについて，適切な設定が必要となる。

この問題では，くじ引きの方法と当たりの確率，景品の価格が与件となっていて，参加料の設定の妥当性を判断する。

＜総評＞

「大学入学共通テスト」となって 5 回目，2025 年度では新課程となって初の共通テストである。「数学1，数学A」では，これまで，第 1 問，第 2 問が必答問題，第 3 問～第 5 問から 2 問選択で，第 3 問は「場合の数と確率」分野，第 4 問は「整数」分野，第5問は「図形」分野からの出題であった。

今年度から，選択がなくなり，第 3 問が「図形」分野，第 4 問が「場合の数と確率」分野となって必答となった。特に「場合の数と確率」分野が必答となったことは，目立った変化である。数学 1 の「データの分析」分野とともに，確率･統計分野の数学が社会的に重要になってきたことの表れだろう。

一方で，整数分野が数学Aの中で「数学と人間の活動」として扱われている。これもコンピュータや情報処理の基礎の側面を意識したもので，今年度から教通テストにおいて「数学･情報関係基礎」から「情報」が独立したこととも関連すると思われる。

問題文は 2011 年度の 8 ページから，2025 年度は 27 ページと 3 倍ほどと非常に増加している。解答時間が 60 分から 70分 と 10 分増加しているとはいえ，この変化は顕著だ。高校教育では，知識･技能だけでなく，思考力，判断力，表現力を涵養するとの大きな方向性の反映であるが，生徒たちにとって過剰な負担となっていないか，よく吟味する必要がある。

250922