

令和8年度（2026年度）共通テスト 数学I，数学A 解説

数学I，数学A（100点，70分）

（全問必答）

第1問（配点 30）

<解答>

[1] ア6 イ8 ウ3 エ2 オ6 カ5 キ6

[2] ク1 ケ4 コ4 サ2 シス72 セ4 ソ5 タチ12 ツテ13 トナ15

ニヌ13 ネノ21 ハ2 ヒフ21 ヘ2

<解説>

[1]

全体集合 U を2以上20以下の自然数全体の集合 $U = \{2, 3, 4, \dots, 20\}$

2以上9以下の自然数 a, b に対して， U の部分集合

$$A = \{k \mid k \in U, k \text{ と } a \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\}$$

$$B = \{k \mid k \in U, k \text{ と } b \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\}$$

とする。

例えば

$$a = 7 \text{ のとき, } A = \{7, 14\}$$

$$a = 9 \text{ のとき, } A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

(1)

$$a = 3 \text{ のとき, } A = \boxed{\text{ア}} = \{k \mid k \in U, k \text{ と } 3 \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\} \\ = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} = \text{⑥}$$

$$b = 4 \text{ のとき, } B = \boxed{\text{イ}} = \{k \mid k \in U, k \text{ と } 4 = 2 \times 2 \text{ は } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\} \\ = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\} = \text{⑧}$$

$$\text{このとき, } A \cap B = \boxed{\text{ウ}} = \{6, 12, 18\} = \text{③}, \quad A \cap \overline{B} = \boxed{\text{エ}} = \{3, 9, 15\} = \text{②}$$

(2)

a, b が2以上9以下の自然数であることに注意して， a, b について考える。

(i) $\overline{A}$ の要素に，2の倍数も3の倍数もないとき

$$\overline{A} = \{k \mid k \in U, k \text{ は } 2 \text{ の倍数でも } 3 \text{ の倍数でもない}\}$$

$$A = \{k \mid k \in U, k \text{ は } 2 \text{ の倍数かつ } 3 \text{ の倍数を含む}\}$$

$$= \{k \mid k \in U, k \text{ は } a = 2 \times 3 = 6 \text{ と } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\}, \therefore a = \boxed{\text{オ}} = 6$$

(ii) $A \cap \overline{B} = \{5\}$ であるとき

$$A = \{k \mid k \in U, k \text{ は } 5 \text{ を含む}\}$$

$$= \{k \mid k \in U, k \text{ は } 5 \times 1 = a \text{ と } 1 \text{ 以外の正の公約数をもつ}\}, \therefore a = \boxed{\text{カ}} = 5$$

$$= \{5, 10, 15, 20\}$$

$$\overline{B} = \{k \mid k \in U, k \text{ は } 5 \text{ を含み, } 10, 15, 20 \text{ は含まない}\}$$

$$B = \{k \mid k \in U, k \text{ は } 10 = 2 \times 5, 15 = 3 \times 5, 20 = 2 \times 2 \times 5 \text{ を含み } 5 \text{ を含まない}\}$$

$$= \{10, 15, 20 \in U \text{ は } b \text{ と } 1 \text{ 以外の正の公約数 } 2, 3 \text{ をもつ}\}, \therefore b = \boxed{\text{キ}} = 2 \times 3 = 6$$

コメント：

数学的な思考力や表現力を問う良く考えられた問題だと思う。上記の説明は少々厳密性に欠けるが、つきつめて考えると、難しくなり時間がかかる。ここは、直感も交えて、迅速に解答しよう。

(i)では「 $\overline{A}$ の要素に、2 の倍数も 3 の倍数もない」ことから、「 A の要素は 2 の倍数かつ 3 の倍数を含む」から $a = 6$ を直感しよう。2 以上 9 以下の自然数に「2 の倍数かつ 3 の倍数」となるのは 6 しかないのは明らかである。

同様に、 $A \cap \overline{B} = \{5\}$ から、 A は 5 を含み、5 と 1 以外の公約数をもつ a は 5 しかない、ことを直感しよう。 $A = \{5, 10, 15, 20\}$ から、 $B = \{10, 15, 20\}$ と考え $b = 6$ に気がつく。

[2]

(1)

四角形 ABCD の面積 S について考える。図 1 を参照して、

$$\triangle ABD \text{ の面積} = S_1 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{2} \sin A = \frac{AB \cdot AD}{2} \sin A = \frac{\boxed{\text{①}}}{2} \sin A$$

$$\triangle BCD \text{ の面積} = S_2 = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{2} \sin C = \frac{BC \cdot CD}{2} \sin C = \frac{\boxed{\text{④}}}{2} \sin C$$

四つの内角が $A + C = B + D$ を満たすとき、 $A + C = \boxed{\text{コ}} = 180^\circ = \text{④}$
 このとき $\sin C = \sin(180^\circ - A) = \sin A$ だから

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\boxed{\text{サ}}}{2} \sin A = \frac{AB \cdot AD + BC \cdot CD}{2} \sin A = \frac{\boxed{\text{②}}}{2} \quad \text{①}$$

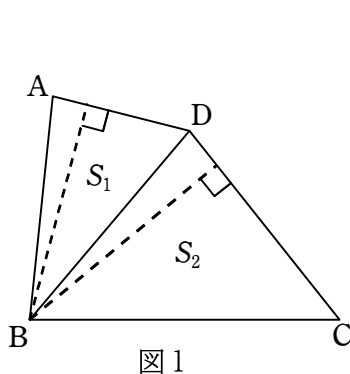


図 1

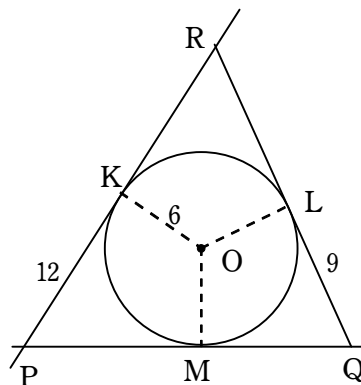


図 2 (参考図)

(2)(i)

図 2 で $PK = 12$, $QL = 9$ であるとき、 $\triangle PKO$ の面積 $= \frac{1}{2} PK \cdot OK = 36$, $\triangle PKO \equiv \triangle PMO$

四角形 PMOK $= \triangle PKO + \triangle PMO$, 四角形 PMOK の面積 $= \boxed{\text{シス}} = 72$

$$\text{① を用いると, } \sin P = \frac{72 \times 2}{PK \cdot PM + OK \cdot OM} = \frac{72 \times 2}{12^2 + 6^2} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} = \frac{4}{5}$$

四角形 QLOM についても同様に考えると、

$$\sin Q = \frac{54 \times 2}{QL \cdot QM + OL \cdot OM} = \frac{54 \times 2}{9^2 + 6^2} = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}} = \frac{12}{13}$$

$$PR \sin P = QR \sin Q \text{ だから, } PR : QR = \boxed{\text{トナ}} : \boxed{\text{ニヌ}} = \sin Q : \sin P = \frac{12}{13} : \frac{4}{5} = 15 : 13$$

$$RL = RK \text{ より, } PR : QR = (PK + RK) : (QL + RL) = (12 + RL) : (9 + RL) = 15 : 13$$

$$\therefore RL = \frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} = \frac{21}{2}$$

(ii)

$PK = 4\sqrt{2}$, $QL = 3\sqrt{2}$ のとき, 図3のように PK , QL の交点 R は直線 PQ に関して点 O と反対側にある。

$$\triangle OKR \equiv \triangle OLR \text{ より } RK = RL, \angle KPM + \angle KOM = 180^\circ, \angle LQM + \angle LOM = 180^\circ$$

(i)と同様に考えて,

$$\sin P = \frac{\text{四角形 } PMOK \text{ の面積} \times 2}{PK \cdot PM + OK \cdot OM} = \frac{6 \times 4\sqrt{2} \times 2}{(4\sqrt{2})^2 + 6^2} = \frac{12\sqrt{2}}{17}$$

$$\sin Q = \frac{\text{四角形 } QMOL \text{ の面積} \times 2}{QL \cdot QM + OL \cdot OM} = \frac{6 \times 3\sqrt{2} \times 2}{(3\sqrt{2})^2 + 6^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$PR : QR = \sin Q : \sin P = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{12\sqrt{2}}{17} = 17 : 18$$

$$PR = \frac{17}{18}QR, KR = KP + PR = 4\sqrt{2} + \frac{17}{18}QR = 3\sqrt{2} + QR$$

$$\therefore QR = 18\sqrt{2}, \therefore RL = \boxed{\text{ヒフ}} \boxed{\sqrt{\text{ヘ}}} = QR + QL = 18\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 21\sqrt{2}$$

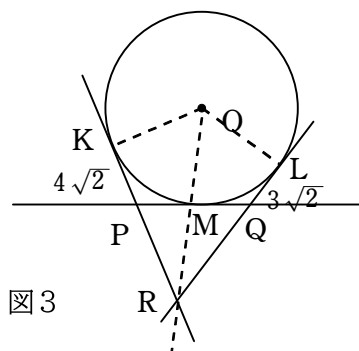


図3

コメント：

図1～図3のような図を大雑把に描いて考える。(2)(ii)は(i)と同様に考え, その結果を活用する。

第2問 (配点 30)

<解答>

[1] ア0 イ5 ウ2 エオ-3 カ3 キク-2 ケ4 コ1 サ0 シ6 ス2 セ6

[2] ソ2 タ6 チツ13 テ2 ト7 ナ2

<解説>

1

2次関数 $y = 2x^2 - 8x + 5 = 2(x-2)^2 - 3$ は $0 \leq x \leq 3$ において, $x = \boxed{\text{ア}} = 0$ で最大値

$\boxed{\text{イ}} = 5$ をとり, $x = \boxed{\text{ウ}} = 2$ で最小値 $\boxed{\text{エオ}} = -3$ をとる。

(2)(i)

2次関数 $y = f(x)$ は次の条件1を満たすとする。

条件 1

$y = f(x)$ は $-3 \leq x \leq 0$ において

- ・ $x = -1$ で最大値 3 をとる。
- ・ $x = -3$ で最小値 -5 をとる。

$y = f(x)$ は x の領域内部で最大値をとるから、グラフの頂点が最大値となる。 $y = f(x)$ のグラフの頂点の座標は $\boxed{\text{カ}} = (-1, 3) = \textcircled{3}$

すると、 $f(x) = -a(x+1)^2 + 3$ とおける。 $f(-3) = -4a + 3 = -5$ より、 $a = 2$

したがって、 $f(x) = -2(x+1)^2 + 3 = \boxed{\text{キク}} x^2 - \boxed{\text{ケ}} x + \boxed{\text{コ}} = -2x^2 - 4x + 1$

(ii)

2 次関数 $y = g(x)$ は次の条件 2 を満たすとする。

条件 2

a を正の定数とし、 $y = g(x)$ の $0 \leq x \leq a$ における最大値を M 、最小値を m とすると

- ・ $0 < a < 3$ ならば、 $m > -2$ である。 ①
- ・ $a \geq 3$ ならば、 $m = -2$ である。 ②
- ・ $0 < a \leq 6$ ならば、 $M = 7$ である。 ③
- ・ $a > 6$ ならば、 $M > 7$ である。 ④

①, ② より、 x の領域の右端 a が $a = 3$ から増加しても最小値が $m = -2$ と一定なので、 $g(x)$ は極小値 -2 をもつ。

③, ④ から、 x の右端 a が $a = 6$ から増加すると、最大値は $M > 7$ と不定になるので、 $0 < a \leq 6$ のとき、 $g(6) = 7$ と最大値をとる。

したがって、 $y = g(x)$ のグラフは $\boxed{\text{サ}} \textcircled{0} \text{下に凸}$ の放物線であり、 k を正の実数として

$y = g(x) = k(x-3)^2 - 2$ とおける。 $g(6) = 9k - 2 = 7$ より、 $k = 1$ だから、

$$g(x) = (x-3)^2 - 2 = x^2 - 6x + 7 = \boxed{\text{シ}} = \textcircled{6}$$

(3)

2 次関数 $y = h(x)$ は次の条件 3 を満たすとする。

条件 3

b を定数とし、 $y = h(x)$ の $b-1 \leq x \leq b+1$ における最大値を M とすると

- ・ $1 \leq b \leq 7$ ならば、 $M \geq 0$ である。
- ・ $b < 1$ または $7 < b$ ならば、 $M < 0$ である。

$b = 1$ のとき $0 \leq x \leq 2$ 、 $b = 7$ のとき $6 \leq x \leq 8$ 、すなわち $0 \leq x \leq 8$ において、 $M \geq 0$
 $b < 1$ のとき $x < 2$ 、 $7 < b$ のとき $6 < x$ 、すなわち $x < 2$ 、 $6 < x$ において、 $M < 0$

すると、 $0 \leq x \leq 2$ において $M \geq 0$ 、 $x < 2$ において $M < 0$ だから、 $x = 2$ において $M = 0$
同様に、 $6 \leq x \leq 8$ において $M \geq 0$ 、 $6 < x$ において $M < 0$ だから、 $x = 6$ において $M = 0$

したがって、2 次関数 $y = h(x) = 0$ となる x 、すなわち $y = h(x)$ のグラフと x 軸との共有点の x 座標は $\boxed{\text{ス}} = 2$ 、 $\boxed{\text{セ}} = 6$ (ス、セは順序を問わない)。

コメント：

2 次関数（放物線）の変数の領域，最大値，最小値に関する性質から，2 次関数を確定させる問題。よくある最大値，最小値問題とは逆の問題なので，扱ったことのない問題だろう。戸惑った受験生も多かったかも知れない。(3) では， $y = 0$ と $y = f(x)$ の共有点を確定させる問題。 $f(x) = 0$ の解を求める問題である。 x の領域の左端，右端が変化したとき，最大値の符号が変化するので， $y = 0$ と $y = h(x)$ の共有点 が 2 つあることは明らかである。

[2]

問題を解答するにあたっては，与えられたデータに対して，次の値を外れ値とする。

「（第 1 四分位数） $-1.5 \times$ （四分位範囲）」以下の値

「（第 3 四分位数） $-1.5 \times$ （四分位範囲）」以上の値

(1)

(a) $T_{\text{前}}$ が 470 秒未満である選手について， $T_{\text{後}}$ が 460 秒以上である選手の人数と， $T_{\text{前後}}$ が 460 秒以上である選手の人数は等しい。

→ 図 1 より $T_{\text{後}}$ が当該の人数は 7 人，図 2 より $T_{\text{前後}}$ が当該の人数は 3 人，したがって誤り。

(b) A を付している点が表す選手について， $T_{\text{前}}$ の値は $T_{\text{前後}}$ の値より小さく，かつ $T_{\text{後}}$ の値は $T_{\text{前後}}$ の値より大きい。

→ 図 2 より A 点の $T_{\text{前}}$ 値は $T_{\text{前後}}$ の値 465 秒より小さく，図 1 より $T_{\text{後}}$ 値は 476 秒と大きい。したがって正しい。

(a)，(b) の正誤の組み合わせとして正しいものは $\boxed{\text{ソ}} = \textcircled{2}$ である。

(2)

$$T_{\text{前}} \text{ と } T_{\text{前後}} \text{ の相関係数} = \frac{\text{共分散}}{(T_{\text{前}} \text{ の標準偏差})(T_{\text{前後}} \text{ の標準偏差})} = \frac{72.9}{8.3 \times 9.3} = \boxed{\text{タ}} = 0.94 = \textcircled{6}$$

(3) (i)

四分位範囲を L ，第 1 四分位数を Q_1 ，第 3 四分位数を Q_3 として，参考図より

$$Q_1 - 1.5 L = 29.315 \quad \textcircled{1}$$

$$Q_3 + 1.5 L = 29.835 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} = Q_3 - Q_1 + 3 L = L + 3 L = 4 L = 0.52, \therefore L = 0.13$$

すなわち四分位範囲は $0. \boxed{\text{チツ}} = 0.13$ 秒である。

(ii)

(a) 28 人の選手において，29 秒より速いタイムはすべて外れ値である。

→ 26 位と 21 位の選手には外れ値はない。したがって誤り。

(b) 28 人の選手から 2 人を選んだとき，分散の大きい選手の四分位範囲は，分散の小さい選手の四分位範囲より小さいことがある。

→ 例えば 12 位と 4 位の選手では，後者の分散の方が大きい，四分位範囲は小さい。

したがって正しい。

(a)，(b) の正誤の組み合わせとして正しいものは $\boxed{\text{テ}} = \textcircled{2}$ である。

(iii)

図 3 より決勝進出グループで，分散が小さい方から 14 番目までに入る人数は $n = \boxed{\text{ト}} = 7$ 。

$P = \frac{7}{8}$, $Q = \frac{7}{22}$, $\therefore P > Q$, すなわち $P \boxed{ナ} Q$, $\boxed{ナ} = \textcircled{2}$

データの分析に関わる問題。散布図や箱ひげ図から、データの特徴を読み取る能力が問われる。
 昨年出題のあった仮説検定の問題が含まれていない。

第3問 (配点 20)

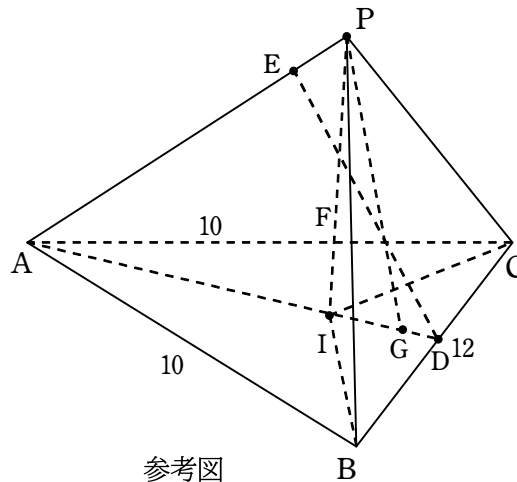
<解答>

- (1) ア 2 イ 5 ウ 3 エ 4 オカ 40
(2) キ 1 ク 4 ケ 5 コ 2 サシ 16 ス 6 セ 1 ソ 2

<解説>

空間内に、 $AB = AC = 10$, $BC = 12$ である二等辺三角形 ABC がある。 $\triangle ABC$ の内心を I とし、 $\triangle IBC$ の重心を G とする。 G を通り、 $\triangle ABC$ を含む平面と垂直な直線上に、 G と異なる点 P がある。このとき、 $\triangle ABC$ を底面とする三角錐 $PABC$ について考えよう。

直線 AI と辺 BC の交点を D とし、また、辺 PA 上の点 E は、 $\angle PED = \angle PID$ を満たしているとする。なお、以下の問題において比を解答する場合は、最も簡単な整数の比で答えよ。



(1)

I は $\triangle ABC$ の内心だから、直線 BI が ア ② $\angle ABC$ を 2 等分する ことに注意すると、 $\triangle ABD$ において線分 AI と ID の長さの比を求めることができる。 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の 2 等辺三角形だから、

$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 10^2 - 6^2 = 8^2$, $AD = 8$, $AI : ID = AB : BD = 5 : 3$,
 したがって, $AI = \boxed{\text{イ}} = 5$, $ID = \boxed{\text{ウ}} = 3$

また直線 PE と直線 DI は A で交わるから、4点 EIDP は同一平面上にあり、 $\angle PED = \angle PID$ だから、4点 E, I, D, $\boxed{\text{E} \textcircled{4} \text{P}}$ は同一円周上にある。

よって方べきの定理により、 $AE \cdot AP = \boxed{\text{オカ}} = AI \cdot AD = 5 \cdot 8 = 40$

線分 PI と DE の交点を F とする。このとき、線分 IF と FP の長さの比と三角錐 $PABC$ の体積との関係について考えよう。

假定 1

図1において、 $\triangle AIP$ と直線EDにメネラウスの定理を適用すると、

$$\frac{AD}{DI} \frac{IF}{FP} \frac{PE}{EA} = \frac{8}{3} \frac{3t}{2t} \frac{PE}{EA} = 1, \therefore \frac{PE}{EA} = \frac{1}{4}$$

(1) の考察において, $AE \cdot AP = 40$ だから, $AP = \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}} = 5\sqrt{2}$

直線 PG は $\triangle ABC$ を含む面に垂直だから、 $V_1 = \boxed{\text{サシ}} = \frac{1}{3} \cdot 48 \cdot 1 = 16$

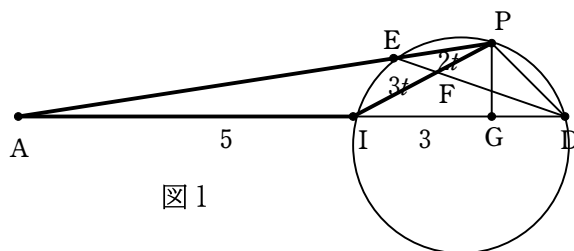


图 1

仮定 2

(i)と同様に、メネラウスの定理より、 $\frac{AD}{DI} \frac{IF}{FP} \frac{PE}{EA} = \frac{8}{3} \frac{1t}{3t} \frac{PE}{EA} = 1, \therefore \frac{PE}{EA} = \frac{9}{8}$

$$AP = PE + EA = \frac{9}{8}EA + EA = \frac{17}{8}EA$$

仮定 2 のもとでの三角錐 PABC の体積 V_2 と V_1 の比は、三角錐の高さ PG の比になるから、

$$V_2 : V_1 = \boxed{\text{ス}} : \boxed{\text{セ}} = 6 : 1$$

であるから、ソ ② V_2 は V_1 より大きい。

$\triangle ABC$ は二等辺三角形だから、 D は BC の中点であり、 $\triangle IBC$ の重心 G は直線 AD 上にあるこ

とに注意しよう。すなわち、点 A, I, G, D は同一直線上にある。

△ADP について、図 1 のような図を描けば、メネラウスの定理の活用を容易に気づくであろう。

第 4 問 (配点 20)

<解答>

(1) ア 4 イ 9 ウ 1 エ 9 オ 1 カ 3 キ 2 ク 27

(2) コ 1 サ 6 シ 1 ス 27 ソ 4 タ 1 チ 9 ツ 4 テ 9 ト 2 ナ 27 ノ 0

<解説>

1 人对 1 人で対戦する競技の大会, A, B, C の 3 人または A, B, C, D の 4 人で開催

・リーグ戦形式, それぞれの人が他のすべての人と 1 回ずつ対戦

・引き分けはないものとし, A が対戦相手に勝つ確率は $\frac{2}{3}$, A 以外の 2 人が対戦するとき勝つ確率

はどちらも $\frac{1}{2}$

優勝者の決め方

・勝ち数が一番多い人が 1 人であれば, その人が優勝者

・そうでなければ, 勝ち数が一番多い人の中から 1 人を抽選し優勝者

・勝ち数が一番多い人の人数が n 人であるとき, それぞれの人が選ばれる確率は $\frac{1}{n}$

A が優勝する確率を, A, B, C の 3 人でリーグ戦を行うときと, A, B, C, D の 4 人でリーグ戦を行うときとで比較する。

(1) A, B, C の 3 人でリーグ戦を行うときに A が優勝する確率

(i) A が 2 勝 0 敗で優勝する確率

A が B に勝ち, かつ C に勝つ場合だから, $\boxed{\frac{\text{ア}}{\text{イ}}} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

(ii) A が 1 勝 1 敗で優勝する確率

A が 1 勝 1 敗で優勝 → B も C も 1 勝 1 敗

A が B に勝つ場合 → A が C に負け B が C に勝つ

→ この確率は $\boxed{\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{9}$

かつ A が抽選により優勝者に選ばれる確率は $\boxed{\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}} \times \boxed{\frac{\text{オ}}{\text{カ}}} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

A が勝つ相手は B, C の 2 通りあることに注意すると,

A が 1 勝 1 敗で優勝する確率は $\boxed{\frac{\text{キ}}{\text{クケ}}} = \frac{1}{27} \times 2 = \frac{2}{27}$

(i)と(ii)から、Aが優勝する確率は $\boxed{\frac{\text{ア}}{\text{イ}}} + \boxed{\frac{\text{キ}}{\text{クケ}}} = \frac{4}{9} + \frac{2}{27} = \frac{14}{27}$

(2) A, B, C, Dの4人でリーグ戦を行うときにAが優勝する確率

Aが3勝0敗ならば、Aが優勝。その確率は $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

Aが1勝2敗ならば、2勝以上する人がいるためAは優勝しない。

Aが2勝1敗で優勝する確率

全敗する人がいる場合の確率とない場合の確率の和として求める。

(i) 全敗する人がいる場合で、かつAが2勝1敗で優勝する確率

全敗する人はB, C, Dの3通り。例えば、Dが全敗するとき

Dが全敗する確率は、 $\boxed{\frac{\text{コ}}{\text{サ}}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

このとき、Aが2勝1敗で優勝するためには、AがD以外の2人との対戦で1勝1敗が必要

(1)(ii)からAがB, Cとの対戦で1勝1敗となり、Aが優勝する確率は $\frac{2}{27}$

したがって、Dが全敗でAが2勝1敗で優勝する確率は $\frac{1}{6} \times \frac{2}{27} = \frac{1}{81}$

全敗する人がB, C, Dの3通りであることに注意すると、

全敗する人がいる場合で、かつAが2勝1敗で優勝する確率は $\boxed{\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}} = \frac{1}{81} \times 3 = \frac{1}{27}$

(ii) 全敗する人がいない場合で、かつAが2勝1敗で優勝する確率

Aが負ける相手はB, C, Dの3通り。

Aが負ける相手がBのとき、Aが優勝のためには、Bは2勝1敗か1勝2敗であることが必要。

AがBに負けCとDに勝ち優勝するときの対戦結果は

Bは2勝1敗となるとき、BはCまたはDに勝つので2通り

Bは1勝2敗となるとき、BはCとDに負け、CとDのいずれかが勝つので2通り

このような対戦結果は $\boxed{\text{ソ}} = 2+2 = 4$ 通り。

AがBに負けCとDに勝つ確率 $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$

BがCまたはDに勝つ確率 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

BがCとDに負ける確率 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

したがって全敗する人がいず、AがBに負けCとDに勝って2勝1敗で優勝する確率は、

2勝1敗がもう一人いて抽選することに注意して、 $\frac{4}{27} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{27}$

Aが負ける相手はB, C, Dの3通りだから、Aが優勝する確率は $\boxed{\frac{\text{タ}}{\text{チ}}} = \frac{1}{27} \times 3 = \frac{1}{9}$

(i)と(ii)から、Aが2勝1敗で優勝する確率は $\boxed{\frac{\text{シ}}{\text{スセ}}} + \boxed{\frac{\text{タ}}{\text{チ}}} = \frac{1}{27} + \frac{1}{9} = \frac{4}{27}$

以上のことから、Aが3勝0敗で優勝する確率を考慮すると、

$$A \text{ が優勝する確率は } \boxed{\frac{\text{ツ}}{\text{テ}}} = \frac{8}{27} + \frac{4}{27} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

この確率は (1) で求めた 3 人でリーグ戦を行うときに A が優勝する確率 $\frac{14}{27}$ より

$$\boxed{\frac{\text{ト}}{\text{ナニ}}} = \frac{14}{27} - \frac{4}{9} = \frac{2}{27} \text{ だけ } \boxed{\text{又 @ 小さい}}。$$

コメント：

競技等の優勝者の決め方には、大別すればトーナメント方式とリーグ戦方式がある。後者の優勝確率を考察する問題である。出場対戦者全員が1回ずつ対戦して、最も勝利数の多いものを優勝者とし、同数の場合には抽選とするならば、合理的な方法といえるだろう。

対戦者どうしの勝つ確率がすべて同じ $\frac{1}{2}$ とすれば、どの対戦者も優勝確率は同じで、(対戦者の人数分の一)となる。しかし、対戦者間の勝つ確率が異なる場合には、優勝する対戦結果に応じて、優勝確率を計算しなければならない。

ここでは、対戦者Aのみが他の対戦者に対して勝つ確率 $\frac{2}{3}$ と高く、他は互いに勝つ確率 $\frac{1}{2}$ の場合のAの優勝確率を考える。

確率の考え方そのものは難しくないのだが、優勝するための場合分けがやや錯綜するので、限られた時間の中で考察することに混乱した受験生も少なくないのではないかと思う。

(1) は A, B, C の 3 人でリーグ戦を行うときの A の優勝確率である。ここはスムーズに正答したい。
(2) は A, B, C, D の 4 人でリーグ戦を行うときの A の優勝確率である。A が優勝する場合には、3 勝 0 敗と 2 勝 1 敗の 2 つの場合がある。前者の確率は容易だが、後者は、全敗者がいる場合いない場合、負ける相手とその対戦結果に応じた場合分けが必要となり錯綜する。

考察を進めていく思考の流れは文章と図によって表現されているので、まずは的確に読み込むことが必要である。その上で、混乱しないように出題者の場合分けを箇条書的に整理しながら考えたい。

A, B, C, D の 4 人でリーグ戦で A が優勝

(a) 3 勝 0 敗で優勝

(b) 2 勝 1 敗で優勝

(b-1) 全敗者がいる場合

(b-2) 全敗者がいない場合

(b-2-1) A が負ける相手が B のとき、B が 2 勝 1 敗のとき

(b-2-2) // , B が 1 勝 2 敗のとき

<総評>

新課程となって 2 度目の共通テストである。

第 1 問 [1] が「集合と命題」分野, [2] が「図形と計量」分野, 第 2 問 [1] が「2 次関数」分野, [2] が「データの分析」第 3 問が「図形の性質」分野, 第 4 問が「場合の数と確率」分野からの出題である。

受験生の学力を問うのに良く考えられた問題だと思うが、昨年度との比較では、第 1 問 [1], 第 2 問 [1], 第 4 問辺りが難化していると思う。

昨年度も指摘したことだが，問題文は 2011 年度の 8 ページから2026年度は 26 ページと 3 倍ほどと非常に増加している。解答時間が 60 分から 70分 と 10 分増加しているとはいえ，この変化は顕著だ。高校教育では，知識・技能だけでなく，思考力，判断力，表現力を涵養するとの大きな方向性の反映であるが，生徒たちにとって過剰な負担となっていないか，よく吟味する必要がある。

260202