令和８年度（2026年度）共通テスト　数学Ⅱ・数学Ｂ・数学C　解説

数学　②　[数学Ⅱ，数学Ｂ，数学C]　（100点，70分）

（注）この科目には，選択問題があります。（3ページ参照。）

第１問（必答問題）（配点　15）

＜解答＞

(1) アイ -1　ウ 6　エ 2　オ 3　カ 3　キ 3　クケ 29

(2) コ 0　サ 1　シ 0　ス 2　セ 0　ソ 4

＜解説＞

Oを原点とする座標平面において，方程式

$$x^2+y^2-7y+(2x-5y+25)=0 \quad ①$$

の表す円を C_1 とする。また，方程式

$$x^2+y^2-7y-(2x-5y+25)=0 \quad ②$$

の表す円を C_2 とする。

(1)

① を変形すると，$(x+1)^2+(y-6)^2=12=(2\sqrt{3})^2$，

したがって C_1 の中心の座標は $(\boxed{アイ},\boxed{ウ})=(-1,6)$

② を変形すると，$(x-1)^2+(y-1)^2=27=(3\sqrt{3})^2$，

C_1 の半径 $r_1=\boxed{エ}\boxed{\sqrt{オ}}=2\sqrt{3}$，$C_2$ の半径 $r_2=\boxed{カ}\boxed{\sqrt{キ}}=3\sqrt{3}$

C_1 と C_2 の中心の間の距離 $d=\boxed{\sqrt{クケ}}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(1-6)^2}=\sqrt{4+25}=\sqrt{29}$

(2)

不等式 $x^2+y^2-7y+|2x-5y+25|<0$　③

の表す領域について考える。

③ の左辺は $2x-5y+25\geqq 0$ のときは ① の左辺と一致し，

$2x-5y+25<0$ のときは ② の左辺と一致する。

(ｉ) $2x-5y+25\geqq 0$ の表す領域を D，$2x-5y+25<0$ の表す領域を E とする。

・原点 O は $\boxed{コ\ ⓪\ D}$ に含まれる。$\because x=0,\ y=0\to 2x-5y+25\geqq 0$

・C_1 の中心は $\boxed{サ\ ①\ E}$ に含まれる。$\because x=-1,\ y=6\to 2x-5y+25<0$

・C_2 の中心は $\boxed{サ\ ⓪\ D}$ に含まれる。$\because x=1,\ y=1\to 2x-5y+25\geqq 0$

(ii) $2x-5y+25=0$　④ の表す直線を l とする。

実数 x，y が ① と ② の両方を満たすとする。① と ② の左辺どうし，右辺どうしの差をとると

$2(2x-5y+25)=0$，よって，実数 x，y は ④ も満たす。すなわち，

実数実数 x，y が ① と ② の両方を満たす → $2x-5y+25=0$ すなわち (x,y) は l 上の点

しかし（$2x-5y+25=0$ すなわち l 上の点 →① と ② の両方を満たす）とはいえない。

このことから，⓪×　①×　②○　③×　④×　⑤×

したがって，$\boxed{\text{ス ② 点 P を } C_1 \text{ 上にあり，かつ } C_2 \text{ 上にもある点とすると，P は } l \text{ 上にある}}$

このことから，l は C_1 と C_2 の二つの交点を通る直線であることがわかる。

(iii) 不等式 $x^2+y^2-7y+(2x-5y+25)<0$ の表す領域と (i) の領域 D の共通部分を F とする。

領域 D は $y \leqq \dfrac{2}{5}x+5$ だから，F は円 C_1 の内部で，直線 l より下（y 軸負方向）の領域である。

また，$x^2+y^2-7y-(2x-5y+25)<0$ の表す領域と (i) の領域 E の共通部分を G とする。

領域 E は $y > \dfrac{2}{5}x+5$ だから，G は円 C_2 の内部で，直線 l より上（y 軸正方向）の領域である。

したがって，不等式 ③ の表す領域は，F と G の和集合である。これを図示すると，$\boxed{\text{セ}\ ⓪}$ の灰色部分である。

(iv) ③ において，$|2x-5y+25|$ の前の符号を＋から－に変えた不等式

$$x^2+y^2-7y-|2x-5y+25|<0 \quad ⑤$$

を考える。

$2x-5y+25 \geqq 0$ のとき，$x^2+y^2-7y-(2x-5y+25)<0$，これは領域 D かつ円 C_2 の内部の領域である。

$2x-5y+25<0$ のとき，$x^2+y^2-7y+(2x-5y+25)<0$，これは領域 E かつ円 C_1 の内部の領域である。

したがって，不等式 ⑤ の表す領域を図示すると，$\boxed{\text{ソ}\ ④}$ の灰色部分である。ただし境界線を含まない。

コメント：

与えられた円の方程式 ①，② から図 1 のような，円 C_1 と C_2 を描き思考を進める。

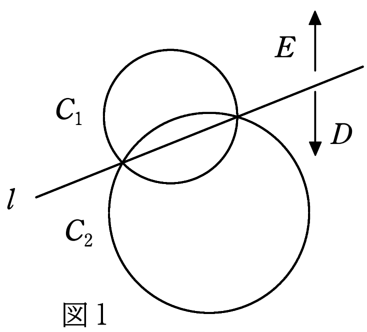


図 1

第２問（必答問題）（配点　15）

＜解答＞

(1) ア 1　イ 4　ウ 5

(2) エ 3　オ 2　カ 3　キ 6

(3) ク 1　ケ 1　コ 4　サシ 11　ス 6　セ 8

＜解説＞

(1)

二つの角 A，B に対し

$$\sin A+\sin B=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} \quad ①$$

が成り立つことを示そう。

二つの角 α，β に対し，加法定理から

$\sin(\alpha+\beta)=$ $\boxed{ア ① \sin\alpha\cos\beta}$ $+\cos\alpha\sin\beta$ ②

$\sin(\alpha-\beta)=$ $\boxed{ア ① \sin\alpha\cos\beta}$ $-\cos\alpha\sin\beta$ ③

② と ③ の左辺どうし，右辺どうしを加えると，

$\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)=2\sin\alpha\cos\beta$

したがって，$\alpha=\boxed{イ ④ \dfrac{A+B}{2}}$，$\beta=\boxed{ウ ⑤ \dfrac{A-B}{2}}$ とすると，① が得られる。

(2)

関数 $f(x)$ を，$f(x)=\sin\left(x+\dfrac{5}{12}\pi\right)+\sin\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)$ とする。

$0\leqq x<2\pi$ の範囲で $f(x)$ の最大値を考える。

① を用いると $f(x)=2\sin(x+エ ③)\cos(オ ②)=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\cos\dfrac{\pi}{6}=2\cos\dfrac{\pi}{6}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$

$2\cos\dfrac{\pi}{6}=\sqrt{3}$ は正の定数だから，$0\leqq x<2\pi$ の範囲で $f(x)$ は $\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$ のとき最大値をとる。すなわち $x=\boxed{カ ③ \dfrac{\pi}{4}}$ で最大値 $\boxed{キ ⑥ \sqrt{3}}$ をとる。

(3)

aを $0<a<\pi$ を満たす定数とし，関数 $g(x)$ を

$g(x)=\sin(x+a)+\sin(x+2a)+\sin(x+3a)$とする。

(i)

① を用いると，二つの関数の和 $\boxed{ク ① \sin(x+a)+\sin(x+3a)}$ $=2\sin(x+2a)\cos a$ となるから，残りの関数 $\sin(x+ケ ① 2a)=\sin(x+2a)=$ の定数倍となる。

したがって，関数 $g(x)$ は $g(x)=$ $\boxed{コ ④ (2\cos a+1)}$ $\sin(x+2a)=(2\cos a+1)\sin(x+2a)$ と変形することができる。

(ii)

$a=\dfrac{5}{6}\pi$ のとき，$g(x)=(2\cos a+1)\sin(x+2a)=(-\sqrt{3}+1)\sin\left(x+\dfrac{5}{3}\pi\right)$

$(-\sqrt{3}+1)<0$ だから，$0\leqq x<2\pi$ の範囲で，$\sin\left(x+\dfrac{5}{3}\pi\right)=-1$のとき，

すなわち $x+\dfrac{5}{3}\pi=2\pi+\dfrac{3}{2}\pi$，$\therefore x=\dfrac{サシ}{ス}\pi=\dfrac{11}{6}\pi$ で，最大値 $\boxed{セ ⑧ \sqrt{3}-1}$ をとる。

y

コメント：

(1)は数学Ⅱの教科書に記載通りの内容であり，スムーズに解きたい。(3)は太郎さんと花子さんの会話によって，問題が示唆される。ただし，図1から理解すべきことは何か。会話の通りに理解すれば良いのだが，a の変化によるグラフの変化は？などと考えると，脇道に逸れる。

ここはあくまで，三つの正弦関数の和が正弦関数になることを示唆すると理解して，問題文を読み進めよう。$(x+3a)$ と $(x+a)$ の和の $\dfrac{1}{2}$ が $(x+2a)$ であることから，スムーズに解答を進めよう。

第３問（必答問題）（配点　22）

＜解答＞

(1) ア２　イ１　ウ９　エ３　オ５　カ２　キ０　ク８　ケ０　コ１　サシス -11　セソ 12

(2) タ１　チ２　ツ４（ﾀﾁﾂ解答の順序を問わない）　テ１　ト４（ﾃﾄ解答の順序を問わない）　ナ４

＜解説＞

(1) k を実数とし，3 次関数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+k$ を考える。

(ⅰ)

$f'(x)=\boxed{\text{ア ② } x^2-4x+3}=(x-1)(x-3)$

$f(x)$ は図１のように変化するから，

$x=\boxed{\text{イ}}=1$ のとき，　$f(x)$ は 極大値　$f(1)=\boxed{\text{ウ ⑨ } \dfrac{4}{3}+k}$ をとる。

$x=\boxed{\text{エ}}=3$ のとき，　$f(x)$ は 極小値　$f(3)=\boxed{\text{オ ⑤ } k}$ をとる。

図１

x		1		3	
$f'(x)$	$+$		$-$		
$f(x)$	↗		↘		↗

(ⅱ)

$y=f(x)$ のグラフの概形は

$k=0$ のとき，　$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x=\dfrac{1}{3}x(x^2-6x+9)=\dfrac{1}{3}x(x-3)^2$

したがって，　$f(0)=0$,　$f(3)=0$，　$\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\pm\infty$ だから，　$\boxed{\text{カ ②}}$

$k>0$ のとき，　$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+k=\dfrac{1}{3}x(x-3)^2+k$

$k=0$ のときのグラフを y 軸正方向へ k 移動したグラフだから，　$\boxed{\text{キ ⓪}}$

(ⅲ)

(ⅰ) で求めた $\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ のうち，小さい方の数を α とすれば，$\alpha=1$ である。

$f(0)=k$，　$f(\alpha)=f(1)=\dfrac{4}{3}+k$，　$f(0)<0<f(\alpha)$ を満たすとき，　$k<0<\dfrac{4}{3}+k$ だから，

$\boxed{\text{ク ⑧ } -\dfrac{4}{3}}<k<\boxed{\text{ケ ⓪ } 0}$

$-\dfrac{4}{3}<k<0$ とする。$0\leqq x\leqq\alpha=1$ において，　$f(x)=0$ を満たす x の値を β とおく。

$0\leqq x\leqq\beta$ の範囲における $y=f(x)$ のグラフと x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積と
$\beta\leqq x\leqq\alpha=1$ における $y=f(x)$ のグラフと x 軸および 直線 $x=\alpha=1$で囲まれた部分の面積が
等しいとする。

前者の面積 $\displaystyle\int_0^\beta\{0-f(x)\}dx=$ 後者の面積 $\displaystyle\int_\beta^\alpha f(x)dx$，　$\displaystyle\therefore\int_0^\beta f(x)dx+\int_\beta^\alpha f(x)=\int_0^\alpha f(x)dx=0$

したがって，このとき $\boxed{コ\ ①\ \int_0^{\alpha} f(x)dx=0}$ が成立する。

$\int_0^{\alpha} f(x)dx=\int_0^{1}\left(\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+k\right)dx=\left[\frac{x^4}{12}-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+kx\right]_0^1=0,$

$\therefore\ k=\boxed{\frac{サシス}{セソ}}=\frac{-11}{12}$

(2)

3 次関数 $g(x)$ に対して，与えられた条件のもとで $y=g(x)$ のグラフの概形を考えよう。

・条件 (a)：$g(0)=0$ かつ $g'(0)>0$

→ $g(0)=0$を満たすのは ⓪～⑤， $g'(0)>0$を満たすのは①，②，④，⑥

したがって (a) を満たすのは， $\boxed{タ\ ①}$，$\boxed{チ\ ②}$， $\boxed{ツ\ ④}$ （解答の順序は問わない）

・条件 (b)： $y=g'(x)$のグラフは直線 $x=0$ を軸とする放物線である。

→ $y=g'(x)$ は偶関数だから，1 次の項を含まないから， $g(x)$ は 2 次の項を含まない。

すると， $g(-x)=-g(x)$である。

したがって (a)，(b) を共に満たすのは， $\boxed{テ\ ①}$，$\boxed{ト\ ④}$ （解答の順序は問わない）

・条件 (c)： $y=g'(x)$のグラフは下に凸の放物線である。

→ $y=g'(x)$ の 2 次の項の係数は正だから， $g(x)$ の 3 次の項の係数は正で $\lim_{x\to\pm\infty} g(x)=\pm\infty$

したがって (a)，(b)，(c) のすべてを満たす概形は $\boxed{ナ\ ④}$ の一つだけである。

コメント：

3 次関数の極大値，極小値，グラフの概形などの特徴を考察する問題。昨年度も同様の問題。

(1) (ⅲ)では，図２のような概形図を描いて，求める領域を確認し，積分表示すると誤りがないだろう。

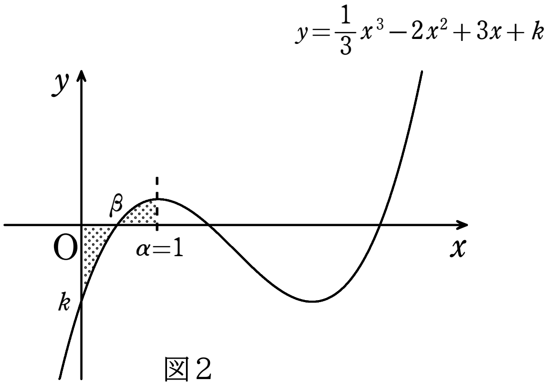


図２

第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第４問（選択問題）（配点　16）

＜解答＞

(1) ア３　イ４　ウ７　エオ11　カ０　キ2　ク３　ケ２

(2) コ０　サ５　シ２　スセ −3　ソ３　タ２

(3) チ７　ツ６

＜解説＞

数列 $\{a_n\}$ に対して，$b_n = a_{n+1} - a_n$（$n = 1, 2, 3, \cdots$） で定められる数列 $\{b_n\}$を，$\{a_n\}$ の階差数列という。

(1)

$a_1 = 1$，$b_n = 4n - 1$ とする。

(ⅰ)

$b_1 = \boxed{ア} = 3$ であるから，$a_2 = \boxed{イ} = a_1 + b_1 = 1+3 = 4$

$b_2 = \boxed{ウ} = 7$ であるから，$a_3 = \boxed{エオ} = a_2 + b_2 = 4+7 = 11$

(ⅱ)

n を２以上の自然数とする。

$b_{n-1} = a_n - a_{n-1}$ だから，

$\sum_{k=1}^{n-1} b_k = (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \cdots + (a_{n-1} - a_{n-2}) + (a_n - a_{n-1}) = a_n - a_1$ となるので，

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{カ ⓪} b_k = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \quad ①$$

したがって，$a_n = \boxed{キ} n^2 - \boxed{ク} n + \boxed{ケ} = 1 + \sum_{k=1}^{n-1}(4k-1)$

$$= 1 + 4\sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{n-1}(1) = 1 + 2(n-1)n - (n-1) = 2n^2 - 3n + 2$$

(2)

数列 $\{d_n\}$ の和を求める 発想：その階差数列が数列 $\{d_n\}$となる数列 $\{c_n\}$ を求める。

この発想により，$d_n = (2n+1)\cdot 2^n$ で表される数列 $\{d_n\}$ の和を求める。

すなわち $d_n = (2n+1)\cdot 2^n = c_{n+1} - c_n$　（$n = 1, 2, 3, \cdots$）　②　を満たす数列 $\{c_n\}$を求める。

$c_n = (pn + q)\cdot 2^n$（p，q は定数） とおくと，

$c_{n+1} - c_n = \{p(n+1) + q\}\cdot 2^{n+1} - (pn + q)\cdot 2^n = \{\boxed{コ ⓪} n + \boxed{サ ⑤}\}\cdot 2^n$

$= \{pn + (2p + q)\}\cdot 2^n$

よって，$p = \boxed{シ} = 2$，$2p + q = 1$ のとき，すなわち $q = \boxed{スセ} = -3$ のとき ② が成り立つ。

以上により，$\sum_{k=1}^{n} d_k = c_{n+1} - c_1 = \{2(n+1) - 3\}\cdot 2^{n+1} + 2 = (\boxed{ソ ③})\cdot 2^{n+1} + \boxed{タ}$

$$= (2n - 1)\cdot 2^{n+1} + 2$$

(3)

一般項が $d_n=(n^2-n-1)\cdot 2^n$ で表される数列 $\{d_n\}$ の和を求める。

(2) の発想に基づいて，$c_n=(pn^2+qn+r)\cdot 2^n$ （p，q，r は定数）とおくと

$$d_n=c_{n+1}-c_n=\{p(n+1)^2+q(n+1)+r\}\cdot 2^{n+1}-(pn^2+qn+r)\cdot 2^n$$

$$=\{(n^2+4n+2)p+(n+2)q+r\}2^n$$

$$=\{pn^2+(4p+q)n+(2p+2q+r)\}2^n,$$

$\therefore p=1$，$4p+q=-1$，$2p+2q+r=-1$，$\therefore p=1$，$q=-5$，$r=7$

$\therefore c_n=(n^2-5n+7)\cdot 2^n$

$$\sum_{k=1}^{n} d_k=c_{n+1}-c_1=\{(n+1)^2-5(n+1)+7\}\cdot 2^n-6=(\boxed{チ ⑦})\cdot 2^n-\boxed{ツ}$$

$$=(n^2-3n+3)\cdot 2^n-6$$

コメント：

事象：階差数列の和は元の数列の一般項によって表式される。

→発想：階差数列が与えられたとき，その和を求めるために，元の数列を求める。

まわりくどい問題だから，題意を的確に理解し，問題文の道筋に沿って思考を進め，設問に答えていこう。決して難問ではない。

第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第５問（選択問題）（配点　16）

＜解答＞

(1) ア１　イ５

(2) ウ０　エ３　オ７　カ２　キ２　ク１　ケ０

(3) コ１　サ１

＜解説＞

(1)

得点を表す確率変数 X は正規分布 $N(116, 25^2)$ に従うので，$Y=\boxed{ア ①}=\dfrac{X-116}{25}$　とおくと，

Y は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$X=120$ とすれば，$Y=\dfrac{120-116}{25}=0.16$，したがって今年の受験者全体のうち，120 点以上である受験者の 割合 $P(X \geqq 120)$ は，標準正規分布表における割合 $P(Y \geqq 0.16)$である。

$P(Y \geqq 0.16)=1.0-(0.5+0.0636)=0.4364$ だから，$P(X \geqq 120)$ は，およそ $\boxed{イ ⑤ 0.44}$ である。

(2) (ｉ)

表１から，W_i の平均（期待値）$E(W_i)=\boxed{ウ ⓪}=(1-p)\cdot 0+p\cdot 1=p$

W_i の分散 $V(W_i)=\boxed{エ ③}=\{0-E(W_i)\}^2(1-p)+\{1-E(W_i)\}^2p$

$= p^2(1-p) + (1-p)^2 p = p(1-p)$

(ii)

(i) の W_1, W_2, ..., W_n を，表 1 の確率分布をもつ母集団から抽出した大きさ n の無作為標本とみなす。標本平均を $\overline{W} = \dfrac{W_1+W_2+\cdots+W_n}{n}$ とおくと，

$\overline{W}$ の期待値 $E(\overline{W}) = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(W_i) = \dfrac{1}{n}\cdot n\cdot p = p$

$\overline{W}$ の分散 $V(\overline{W}) = \dfrac{V(W_i)}{n} = \dfrac{p(1-p)}{n}$

すると， n が十分大きいとき， $\overline{W}$ は近似的に正規分布 $N(p$, オ ⑦ $) = N\left(p, \dfrac{p(1-p)}{n}\right)$

この $\overline{W}$ の確率分布を利用して，p が 0.4 より高いといえるかを有意水準 5% (0.05) で仮説検定を行い検証したい。帰無仮説は「 $p = 0.4$」，対立仮説は「 $p > 0.4$」である。

無作為に選ばれた 400 人のうち，184 人が合格者であった。帰無仮説が正しいと仮定する。標本の大きさ $n = 400$ は十分に大きいので，標本平均 $\overline{W}$ は近似的に平均 $p = 0.4$，標準偏差

$\sigma =$ カ ② $= \sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\dfrac{0.4(1-0.4)}{400}} = \dfrac{\sqrt{6}}{100}$ の正規分布 $N(0.4, 6\times10^{-4})$ に従う。

$w = \dfrac{\overline{W}-p}{\sigma} = \dfrac{\overline{W}-0.4}{\sqrt{6}\times10^{-2}}$ なる変換をすると， w は $N(0, 1)$ の標準正規分布に従う。

$\sqrt{6} = 2.45$ として用いると， $\overline{W} = \dfrac{184}{400} = 0.46 \rightarrow w = 2.45$ だから

$P\left(\overline{W} \geqq \dfrac{184}{400}\right) = P(\overline{W} \geqq 0.46) =$ キ ② $= P(w \geqq 2.45) = 1-0.9929 = 0.0071$

この値を % 表示した値は有意水準 5 % より ク ① 小さいから，帰無仮説は棄却される 。
したがって，有意水準 5 %で A 地域における今年の資格試験の合格率は 0.4 より
ケ ⓪ 高いと判断できる 。

(3)

無作為に選ばれた 100 人のうち 46 人が合格者でも比率は同じ 0.46 になるから，仮説検定の結果は同じになるか調べる。

標本の大きさ $n = 100$ は十分に大きいから，(2) (ii)と同様に

$\overline{W}$ は近似的に正規分布 $N\left(p, \dfrac{p(1-p)}{n}\right) = N(0.4, 2.4\times10^{-3})$ に従う。

$w = \dfrac{\overline{W}-p}{\sigma} = \dfrac{\overline{W}-0.4}{\sqrt{24}\times10^{-3}}$ なる変換をすると， w は $N(0, 1)$ の標準正規分布に従う。

$\sqrt{6} = 2.45$ として用いると， $\overline{W} = \dfrac{46}{100} = 0.46 \rightarrow w = 1.225$ だから

$P\left(\overline{W} \geqq \dfrac{46}{100}\right) = P(\overline{W} \geqq 0.46) = P(w \geqq 1.23) = 1-0.891 = 0.109$

この値を % 表示した値は有意水準 5 % より コ ① 大きい 。
したがって，有意水準 5 %で 帰無仮説は サ ① 棄却されない 。

コメント：

数学Ｂの「統計的な推測」分野における仮説検定に関わる問題であり，昨年度も同様の出題だった。表１の確率分布をもつ確率変数 W_i の標本平均 $\overline{W}$ は二項分布であり，標本数 n が十分に大きいときは，近似的に同じ平均値と分散の正規分布とみなせる。

(2) (ⅱ) で，標本平均 $\overline{W}$ の期待値 $E(\overline{W})$ と分散 $V(\overline{W})$ の表式が必要になる。考え方を理解し，表式を覚えていないと，速やかに進まない。$V(\overline{W})$ の算出を確認しておく。

$\overline{W}$ の分散 $V(\overline{W}) = E\{(\overline{W}-E(\overline{W}))^2\} = E\left\{\left(\dfrac{W_1+W_2+\dots+W_n}{n}-m\right)^2\right\}$

$= E\left[\left\{\dfrac{(W_1-m)+(W_2-m)+\dots+(W_n-m)}{n}\right\}^2\right]$，ここでは $E(\overline{W}) = m$ と表現

$= \dfrac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} E\{(W_i-m)^2\} + \dfrac{1}{n^2}\sum_{k\neq j}^{n}\sum_{j=1}^{n} E\{(W_k-m)(W_j-m)\}$

$E\{(W_i-m)^2\} = V(W_i)$，$V(W_1) = V(W_2) = \dots = V(W_n)$ だから，$V(W_i) = \sigma^2$ として

$\dfrac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n} E\{(W_i-m)^2\} = \dfrac{1}{n^2}\cdot n\sigma^2 = \dfrac{\sigma^2}{n}$

確率変数 W_k と W_j は独立であるから，$E(W_kW_j) = E(W_k)\,E(W_j)$

$E\{(W_k-m)(W_j-m)\} = E\{W_kW_j-(W_k+W_j)m+m^2\} = E(W_kW_j) - mE(W_k+W_j) + m^2$

$= E(W_kW_j) - m^2 = E(W_k)\,E(W_j) - m^2 = m\cdot m - m^2 = 0$

したがって，$\overline{W}$ の分散 $V(\overline{W}) = \dfrac{\sigma^2}{n}$

「$p = 0.4$」と仮定したとき，5%を下回る確率でしか起きないにも関わらず，起きたということは，「$p = 0.4$」という仮説が正しくないと判断される（棄却される）ことを示す。

(3)では標本数が 100 人のとき 46 人合格と，400 人のとき 184 人合格の場合とで，仮説検定の結果の相違が明らかになった。標本平均の分散が標本数に依存するため，同じ結果にならないことに注意する。

第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第６問（選択問題）（配点　16）

<解答>

(1) ア４　イ１

(2) ウ２　エ１　オ２　カ７　キ１　ク２　ケ９　コ７

(3) サ４　シ３

<解説>

平面上に，△ABC と点Ｍがある。

(1)

次の等式を満たす点Ｐを考える。$\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$

３点A，B，C を図１の位置にとる。

・M が A と一致するとき， $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AA}+2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AE}$

したがって，P は $\boxed{ア ④ E}$ と一致する。

・M が D と一致するとき，

$\overrightarrow{DP}=\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}$

したがって，P は $\boxed{イ ① B}$ と一致する。

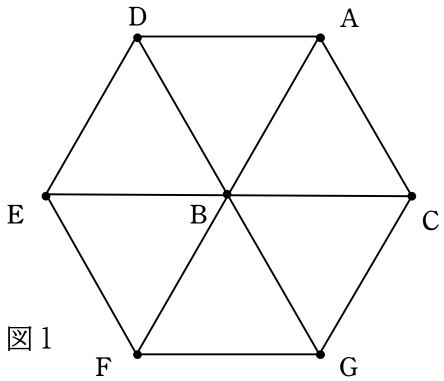


図 1

(2)

a，b，c を実数とし，次の等式を満たす点 P を考える。

$\overrightarrow{MP}=a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}$ ②

M がどの位置にあっても，② を満たす P の位置が変わらないための a，b，c の条件を調べる。

② の両辺を，A を始点とするベクトルで表すと，左辺は

$\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AP}=\boxed{ウ ② \overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AM}}$

$\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{AM}$，$\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AC}$

を用いて，② の右辺は

$a\overrightarrow{MA}+b\overrightarrow{MB}+c\overrightarrow{MC}=-a\overrightarrow{AM}+b(-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB})+c(-\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AC})$

$=b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}+(-a-b-c)\overrightarrow{AM}=\boxed{エ ①}\overrightarrow{AB}+\boxed{オ ②}\overrightarrow{AC}+\boxed{カ ⑦}\overrightarrow{AM}$

したがって，② は $\overrightarrow{AP}=\boxed{キ ①}\overrightarrow{AB}+\boxed{ク ②}\overrightarrow{AC}+\boxed{ケ ⑨}\overrightarrow{AM}$

$=b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}+(1-a-b-c)\overrightarrow{AM}$

よって，M がどの位置にあっても，② を満たす P の位置が変わらないための必要十分条件は $\boxed{コ ⑦ a+b+c=1}$ である。

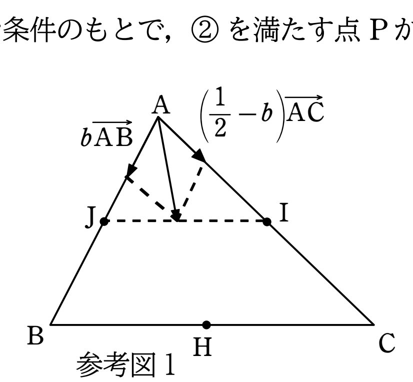
(3)

a，b，c を，$\boxed{コ ⑦ a+b+c=1}$ を満たす実数とし，様々な条件のもとで，② を満たす点 P が存在する範囲を調べる。

(ｉ) $a+b+c=1$，$a=\dfrac{1}{2}$ を満たすとき，$b+c=\dfrac{1}{2}$ だから，

$\overrightarrow{AP}=b\overrightarrow{AB}+c\overrightarrow{AC}=b\overrightarrow{AB}+\left(\dfrac{1}{2}-b\right)\overrightarrow{AC}$

参考図 1 より，点 P が存在する範囲は $\boxed{サ ④ 直線 IJ}$ である。

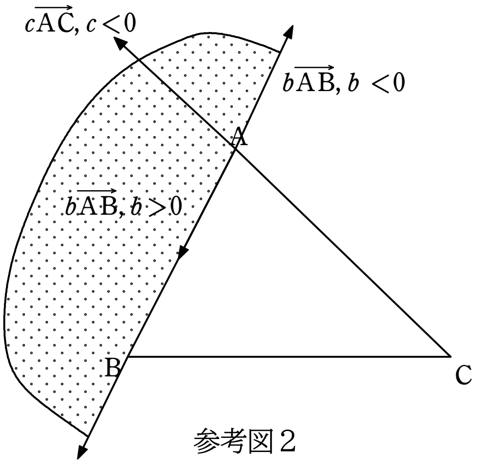


参考図 1

(ii) $a+b+c=1$, $c<0$ を満たすとき，点 P が存在する範囲は

$c=1-a-b<0$, $\therefore\ b>1-a$

b は正負いずれの値も取りえるから、参考図２のように点 P が存在する領域はベクトル $c\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と $b\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ に囲まれた領域（打点部）。したがって，$\boxed{シ\ ③}$ の灰色部分となる。



参考図２

コメント：

平面ベクトルによる図形表現に関わる問題。(3) (ii)では，$a+b+c=1$, $c<0$ では，b は正負いずれの値も取りえることに注意する。

第４問～第７問は，いずれか３問を選択し，解答しなさい。

第７問（選択問題）（配点　16）

<解答>

(1) ア２　イ５　ウ３　エ４　オ３　カ４

(2) キ６　ク９　ケ１　コ１　サ２

(3) シ３　ス２　セ３

<解説>

z を０でない複素数とし，$w=z+\dfrac{1}{z}$ とする。また，r を正の実数とし，複素数平面上で，原点 O を中心とする半径 r の円を C とする。

(1)

$z=\sqrt{3}+i$ のとき，$|z|=\boxed{ア}=\sqrt{z\bar{z}}=\sqrt{(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-i^2}=2$

$$w=z+\frac{1}{z}=\boxed{\frac{イ\sqrt{ウ}}{エ}}+\boxed{\frac{オ}{カ}}i=\sqrt{3}+i+\frac{1}{\sqrt{3}+i}=\sqrt{3}+i+\frac{\sqrt{3}-i}{4}=\frac{5\sqrt{3}}{4}+\frac{3}{4}i$$

(2)

z が C 上を動くとき，w が複素数平面上で描く図形を考える。

実数 θ を z の偏角とし，極形式を用いて $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ と表す。

(ｉ)

$$w=z+\frac{1}{z}=r(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{1}{r}(\cos\theta+i\sin\theta)^{-1}$$

$$=r(\cos\theta+i\sin\theta)+\frac{1}{r}(\cos\theta-i\sin\theta)=\left(r+\frac{1}{r}\right)\cos\theta+i\left(r-\frac{1}{r}\right)\sin\theta \quad ①$$

$$=\boxed{キ ⑥}+i\boxed{ク ⑨}$$

θ の値によらず$\boxed{ク}=0$ となるような r の値は，$r-\frac{1}{r}=0$ より， $r=\boxed{ケ}=1$ である。

(ii)

$r=\boxed{ケ}=1$とする。

z が C 上を動くとき， $w=2\cos\theta$ （$0\leqq\theta\leqq2\pi$）だから，w が描く図形は $-2\leqq w\leqq2$ の実軸上の直線だから， $\boxed{コ ⓪}$ である。

(iii)

$r\fallingdotseq\boxed{ケ}=1$とする。 x，y を実数として $w=x+yi$ とおくと，①から

$$x=\boxed{キ}=\left(r+\frac{1}{r}\right)\cos\theta,\quad y=\boxed{ク}=\left(r-\frac{1}{r}\right)\sin\theta \quad ②$$

② の二つの式から $\cos\theta=\dfrac{x}{\left(r+\frac{1}{r}\right)}$， $\sin\theta=\dfrac{y}{\left(r-\frac{1}{r}\right)}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ に代入してθ を消去すると， $\dfrac{x^2}{\left(r+\frac{1}{r}\right)^2}+\dfrac{y^2}{\left(r-\frac{1}{r}\right)^2}=1$ ③ だから，

x，y は$\boxed{サ ②}$を満たし， z が C 上を動くとき， $w=x+yi$ は ③ の表す図形を描く。

(3)

$r\fallingdotseq\boxed{ケ}=1$とする。

(ｉ)

w^2を z を用いて表すと， $w^2=\left(z+\frac{1}{z}\right)^2=z^2+\frac{1}{z^2}+2=\boxed{シ ③}$

(ii)

z が C 上を動くとき， z^2 は原点 O を中心とする半径 r^2 の円を描く。

X，Y を実数として， $z^2+\frac{1}{z^2}=X+Yi$ とおくと，

$$z^2+\frac{1}{z^2}=w^2-2=(x+yi)^2-2=(x^2-y^2-2)+2xyi=X+Yi$$

$$X=x^2-y^2-2=\left(r+\frac{1}{r}\right)^2\cos^2\theta-\left(r-\frac{1}{r}\right)^2\sin^2\theta-2=\left(r^2+\frac{1}{r^2}\right)\cos2\theta$$

$$Y=2xy=2\left(r+\frac{1}{r}\right)\cos\theta\left(r-\frac{1}{r}\right)\sin\theta=\left(r^2-\frac{1}{r^2}\right)\sin2\theta$$

$\sin^22\theta+\cos^22\theta=1$ に代入すると， $\dfrac{X^2}{\left(r^2+\frac{1}{r^2}\right)^2}+\dfrac{Y^2}{\left(r^2-\frac{1}{r^2}\right)^2}=1$ ④

したがって X，Y は $\boxed{\text{ス ②}}$ を満たす。④ より，$z^2+\dfrac{1}{z^2}$ は実軸方向の長径 $2\left(r^2+\dfrac{1}{r^2}\right)$，虚軸方向の短径 $2\left(r^2-\dfrac{1}{r^2}\right)$ の楕円を描くから $w^2 = z^2+\dfrac{1}{z^2}+2$ はこの楕円を実軸正方向へ 2 移動した楕円となる。

以上を踏まえると，w^2 が描く図形は $\boxed{\text{セ ③}}$ である。

コメント：

⑵ではド・モアブルの定理を活用しよう。

複素数 z が複素数平面上で半径 r の円上を動くとき，$z+\dfrac{1}{z}$，$z^2+\dfrac{1}{z^2}$ が描く図形を考察する問題である。複素数の極形式を活用する。三角関数の計算も含め，ていねいに計算を進めよう。

＜総評＞

2022 年度から数学の新課程が学年進行で導入され、2025 年度大学入試に反映された。2026年度の共通テストの問題と課程との対応は昨年度とほぼ同様で以下のようである。必答問題は数学Ⅱからである。選択問題は 4 問中 3 問選択だから，数学 B と数学 C を少なくも 1 問は選択しなければならない。

第１問　図形と方程式（必答問題）（数学Ⅱ）
第２問　三角関数（必答問題）（数学Ⅱ）
第３問　微分積分（必答問題）（数学Ⅱ）
第４問　数列（選択問題）（数学B）
第５問　統計的な推測（選択問題）（数学B）
第６問　ベクトル（選択問題）（数学C）
第７問　複素数平面（選択問題）（数学C）

260220