

数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	
第 6 問	

数学Ⅱ・数学B

第1問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq 0$ のとき、関数

$$y = \cos 2\theta + \sqrt{3} \sin 2\theta - 2\sqrt{3} \cos \theta - 2 \sin \theta$$

の最小値を求めよう。

$t = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ とおくと

$$t^2 = \boxed{\text{ア}} \cos^2 \theta + \boxed{\text{イ}} \sqrt{\boxed{\text{ウ}}} \sin \theta \cos \theta + \boxed{\text{エ}}$$

であるから

$$y = t^2 - \boxed{\text{オ}} t - \boxed{\text{カ}}$$

となる。また

$$t = \boxed{\text{キ}} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}} \right)$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

$\theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$ のとり得る値の範囲は

$$-\frac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}} \leq \theta + \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}} \leq \frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$$

であるから、 t のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{コサ}} \leq t \leq \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。したがって、 y は $t = \boxed{\text{ス}}$, すなわち $\theta = -\frac{\pi}{\boxed{\text{セ}}}$ のとき、

最小値 $\boxed{\text{ソタ}}$ をとる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

〔2〕 自然数 x で、条件

$$12(\log_2 \sqrt{x})^2 - 7 \log_4 x - 10 > 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$x + \log_3 x < 14 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

を満たすものを求めよう。

まず、 x を正の実数として、条件①を考える。①は $X = \log_2 x$ とおくと

$$6X^2 - \boxed{\text{チ}}X - \boxed{\text{ツテ}} > 0$$

となる。この2次不等式を解くと

$$X < -\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}, \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} < X$$

となる。したがって、条件①を満たす最小の自然数 x は $\boxed{\text{ネ}}$ であり、

$\boxed{\text{ネ}}$ 以上のすべての自然数 x は①を満たす。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

次に、条件②について考えると、②を満たす最大の自然数 x は

であり、 以下のすべての自然数 x は②を満たす。

したがって、求める x は 以上 以下の自然数である。

数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

座標平面上で、放物線 $y = x^2$ を C とする。

曲線 C 上の点 P の x 座標を a とする。点 P における C の接線 l の方程式は

$$y = \boxed{\text{アイ}}x - a\boxed{\text{ウ}}$$

である。 $a \neq 0$ のとき直線 l が x 軸と交わる点を Q とすると、 Q の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}, \boxed{\text{カ}} \right)$$

である。

$a > 0$ のとき、曲線 C と直線 l および x 軸で囲まれた図形の面積を S とすると

$$S = \frac{a\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$$

である。

$a < 2$ のとき、曲線 C と直線 l および直線 $x = 2$ で囲まれた図形の面積を T とすると

$$T = -\frac{a^3}{\boxed{\text{コ}}} + \boxed{\text{サ}}a^2 - \boxed{\text{シ}}a + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

$a = 0$ のときは $S = 0$, $a = 2$ のときは $T = 0$ であるとして, $0 \leq a \leq 2$ に対して $U = S + T$ とおく。 a がこの範囲を動くとき, U は $a = \boxed{\text{ソ}}$ で最大値

$\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ をとり, $a = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ で最小値 $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ をとる。

数学Ⅱ・数学B

第3問 (選択問題) (配点 20)

数直線上で点Pに実数 a が対応しているとき、 a を点Pの座標といい、座標が a である点Pを $P(a)$ で表す。

数直線上に点 $P_1(1)$ 、 $P_2(2)$ をとる。線分 P_1P_2 を3:1に内分する点を P_3 とする。一般に、自然数 n に対して、線分 P_nP_{n+1} を3:1に内分する点を P_{n+2} とする。点 P_n の座標を x_n とする。

$x_1 = 1$ 、 $x_2 = 2$ であり、 $x_3 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めるた

めに、この数列の階差数列を考えよう。自然数 n に対して $y_n = x_{n+1} - x_n$ とする。

$$y_1 = \boxed{\text{ウ}}, \quad y_{n+1} = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} y_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。したがって、 $y_n = \left(\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right)^{\boxed{\text{キ}}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) であり

$$x_n = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{ケ}}} \left(\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right)^{\boxed{\text{サ}}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となる。ただし、 $\boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{サ}}$ については、当てはまるものを、次の①～③のうちから一つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① $n - 1$ ② n ③ $n + 1$ ④ $n + 2$

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

次に、自然数 n に対して $S_n = \sum_{k=1}^n k |y_k|$ を求めよう。 $r = \left| \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}} \right|$ とおくと

$$S_n - r S_n = \sum_{k=1}^n r^{k-1} \boxed{\text{シ}} - nr \boxed{\text{ス}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

であり、したがって

$$S_n = \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{\boxed{\text{チ}}} \right)^{\boxed{\text{ツ}}} \right\} - \frac{n}{\boxed{\text{テ}}} \left(\frac{1}{\boxed{\text{ト}}} \right)^{\boxed{\text{ナ}}}$$

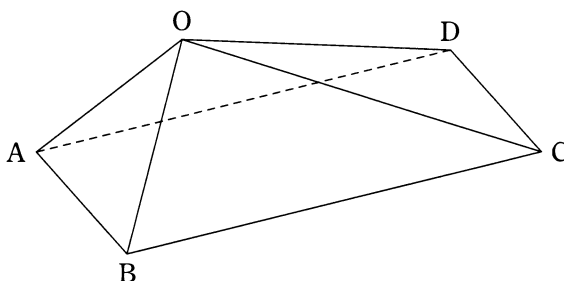
となる。ただし、 $\boxed{\text{シ}}$ 、 $\boxed{\text{ス}}$ 、 $\boxed{\text{ツ}}$ 、 $\boxed{\text{ナ}}$ については、当てはまるものを、次の①～④のうちから一つずつ選べ。同じものを繰り返し選んでもよい。

- ① $n - 1$ ② n ③ $n + 1$ ④ $n + 2$

数学Ⅱ・数学B

第4問 (選択問題) (配点 20)

四角錐^{すい} OABCD において、三角形 OBC と三角形 OAD は合同で、 $OB = 1$ 、 $BC = 2$ 、 $OC = \sqrt{3}$ であり、底面の四角形 ABCD は長方形である。 $AB = 2r$ とおき、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ とおく。



\vec{OD} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表すと $\vec{OD} = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}} + \vec{c}$ である。辺

OD を 1 : 2 に内分する点を L とすると

$$\vec{AL} = -\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{a} - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{b} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{エ}}} \vec{c}$$

となる。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

さらに辺OBの中点をM, 3点A, L, Mの定める平面を α とし, 平面 α と辺OCとの交点をNとする。点Nは平面 α 上にあることから, \overrightarrow{AN} は実数 s, t を用いて $\overrightarrow{AN} = s\overrightarrow{AL} + t\overrightarrow{AM}$ と表されるので

$$\begin{aligned} \overrightarrow{ON} &= \left(\boxed{\text{キ}} - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}s - t \right) \vec{a} + \left(-\frac{s}{\boxed{\text{コ}}} + \frac{t}{\boxed{\text{サ}}} \right) \vec{b} \\ &\quad + \frac{s}{\boxed{\text{シ}}} \vec{c} \end{aligned}$$

となる。一方, 点Nは辺OC上にもある。これらから, $\overrightarrow{ON} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \vec{c}$ となる。

また, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} r^2$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = \boxed{\text{チ}}$, $\vec{a} \cdot \vec{c} = \boxed{\text{ツテ}} r^2$ である。よって, $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MN}$ を計算すると, $AB = \sqrt{\boxed{\text{ト}}}$ のとき, 直線AMと直線MNは垂直になることがわかる。

数学Ⅱ・数学B

第5問 (選択問題) (配点 20)

次の表は、3回行われた50点満点のゲームの得点をまとめたものである。1回戦のゲームに15人の選手が参加し、そのうち得点が上位の10人が2回戦のゲームに参加した。さらに、2回戦のゲームで得点が上位の4人が3回戦のゲームに参加した。表中の「—」は、そのゲームに参加しなかったことを表している。また、表中の「範囲」は、得点の最大の値から最小の値を引いた差である。なお、ゲームの得点は整数値をとるものとする。

番 号	1回戦 (点)	2回戦 (点)	3回戦 (点)
1	33	37	—
2	44	44	D
3	30	34	—
4	38	35	—
5	29	30	—
6	26	—	—
7	43	41	43
8	23	—	—
9	28	—	—
10	34	38	E
11	33	33	—
12	26	—	—
13	36	41	F
14	30	37	—
15	27	—	—
平均値	A	37.0	43.0
範 囲	21	14	7
分 散	35.60	B	6.50
標準偏差	6.0	C	2.5

以下、小数の形で解答する場合、指定された桁数^{けた}の一つ下の桁を四捨五入し、解答せよ。途中で割り切れた場合、指定された桁まで◎にマークすること。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

- (1) 1回戦のゲームに参加した15人の得点の平均値Aは . 点である。そのうち、得点が上位の10人の得点の平均値を A_1 、得点が下位の5人の得点の平均値を A_2 とすると、 A_1 、 A_2 、 A の間には関係式

$$\frac{\text{エ}}{\text{オ}} A_1 + \frac{\text{カ}}{\text{キ}} A_2 = A$$

が成り立つ。ただし、 $\frac{\text{エ}}{\text{オ}} + \frac{\text{カ}}{\text{キ}} = 1$ とする。

- (2) 2回戦のゲームに参加した10人の2回戦のゲームの得点について、平均値37.0点からの偏差の最大値は . 点である。また、分散Bの値は . 、標準偏差Cの値は . 点である。

- (3) 3回戦のゲームの得点について、大小関係 $F < E < 43 < D$ が成り立っている。

D、E、Fの値から平均値43.0点を引いた整数値を、それぞれ x 、 y 、 z とおくと、3回戦のゲームの得点の平均値が43.0点、範囲が7点、分散が6.50であることから、次の式が成り立つ。

$$x + y + z = \text{タ}$$

$$x - z = \text{チ}$$

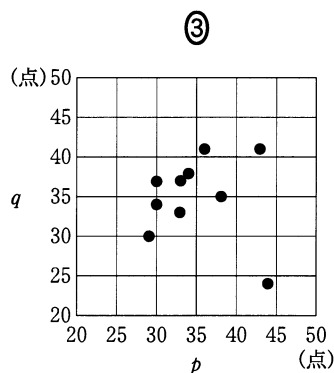
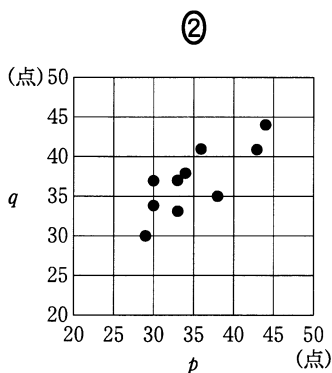
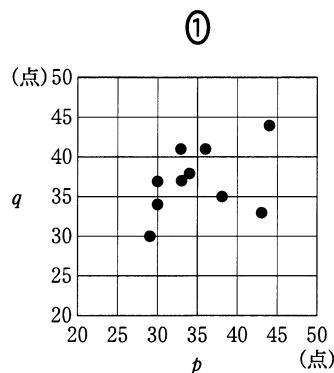
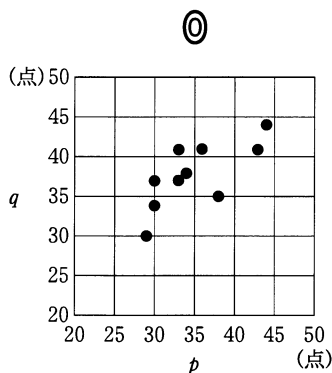
$$x^2 + y^2 + z^2 = \text{ツテ}$$

上の連立方程式と条件 $z < y < 0 < x$ により x 、 y 、 z の値が求まり、D、E、Fの値が、それぞれ 点、 点、 点であることがわかる。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (4) 2回戦のゲームに参加した10人について、1回戦のゲームの得点を変量 p 、2回戦のゲームの得点を変量 q で表す。このとき、変量 p と変量 q の相関図(散布図)として適切なものは **ハ** であり、変量 p と変量 q の間には **ヒ**。**ハ** に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。



ヒ に最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 正の相関関係がある
- ② 相関関係はほとんどない
- ③ 負の相関関係がある

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (5) 2回戦のゲームに参加した10人について、(4)での変量 p 、 q を使って、得点の変化率を表す新しい変量 r を、 $r = \frac{q-p}{p} \times 100(\%)$ で定め、次の度数分布表を作成した。

階級(%) 以上 未満	人数 (人)
-10 ~ 0	2
0 ~ 10	G
10 ~ 20	H
20 ~ 30	1

表中の**G**の値は , **H**の値は である。

数学Ⅱ・数学B

第6問 (選択問題) (配点 20)

n を 2 以上の自然数とし、以下の操作を考える。

- (i) n が偶数ならば、 n を 2 で割る。
- (ii) n が奇数ならば、 n を 3 倍して 1 を加える。

与えられた 2 以上の自然数にこの操作を行い、得られた自然数が 1 でなければ、得られた自然数にこの操作を繰り返す。2 以上 10^5 以下の自然数から始めると、この操作を何回か繰り返すことで必ず 1 が得られることが確かめられている。たとえば、10 から始めると

$$10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

である。ただし、 $a \rightarrow b$ は 1 回の操作で自然数 a から自然数 b が得られたことを意味する。

N を 2 以上 10^5 以下の自然数とするとき、 $F(N)$ を N から始めて 1 が得られるまでの上記の操作の回数と定義する。また、 $F(1) = 0$ とおく。たとえば、上の例から、 $F(10) = 6$ である。

(1) $F(6) = \boxed{\text{ア}}$, $F(11) = \boxed{\text{イウ}}$ である。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

- (2) 10^5 以下の自然数 N について、 $F(N)$ を求めるため、次のような〔プログラム〕を作った。ただし、 $\text{INT}(X)$ は X を超えない最大の整数を表す関数である。

〔プログラム〕

```

100 INPUT N
110 LET I=N
120 LET C=0
130 IF I=1 THEN GOTO 
140 IF INT(I/2)*2=I THEN
150   
160   GOTO 190
170 END IF
180 LET I=3*I+1
190   
200   
210 PRINT "F(";N;")=";C
220 END
    
```

に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- ① 130 ② 140 ③ 150 ④ 190 ⑤ 200 ⑥ 210

, , に当てはまるものを、次の⑦～⑩のうちからそれぞれ一つずつ選べ。

- ⑦ LET C=1 ⑧ GOTO 130 ⑨ GOTO 140
 ⑩ GOTO 210 ⑪ LET C=C+1 ⑫ LET I=I+1
 ⑬ LET I=I/2 ⑭ NEXT N ⑮ LET I=2*I+1

〔プログラム〕を実行して、 N に 24 を入力すると、180 行は 回実行される。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (3) M を 10^5 以下の自然数とする。(2)で作成した〔プログラム〕を変更して、 M 以下の自然数 N のうち、 $F(N) \leq 10$ となるすべての N について、 $F(N)$ の値を出力するプログラムを作成する。そのために、まず、〔プログラム〕の 100 行を次の二つの行で置き換える。

```
100 INPUT M
101 FOR N=1 TO M
```

さらに、210 行を次の二つの行で置き換える。

```
210 IF  THEN PRINT "F(";N;")=";C
211 
```

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- | | | | | | |
|---|---------------------|---|---------|---|--------|
| ① | $\text{INT}(I/2)=I$ | ② | $C>10$ | ③ | $M>=C$ |
| ④ | $N=I$ | ⑤ | $C<=10$ | ⑥ | $I=N$ |

に当てはまるものを、次の①～⑤のうちから一つ選べ。

- | | | | | | |
|---|---------------------|---|---------------------|---|------------------|
| ① | $\text{LET } M=M+1$ | ② | $\text{GOTO } 120$ | ③ | $\text{NEXT } M$ |
| ④ | $\text{NEXT } N$ | ⑤ | $\text{LET } C=C+1$ | ⑥ | $\text{NEXT } I$ |

変更後のプログラムを実行して、Mに10を入力すると、210行のPRINT文は

回実行される。