数　学　I

（全 問 必 答）

第１問 （配点　20）

〔1〕

(1) 不等式 $|2x+1| \leqq 3$ の解は $\boxed{\text{アイ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ウ}}$ である。

以下，a を自然数とする。

(2) 不等式

$$|2x+1| \leqq a \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

の解は $\dfrac{-\boxed{\text{エ}}-a}{\boxed{\text{オ}}} \leqq x \leqq \dfrac{-\boxed{\text{エ}}+a}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(3) 不等式①を満たす整数 x の個数を N とする。$a=3$ のとき，$N=\boxed{\text{カ}}$ である。また，a が $4,\ 5,\ 6,\cdots$ と増加するとき，N が初めて $\boxed{\text{カ}}$ より大きくなるのは，$a=\boxed{\text{キ}}$ のときである。

（数学 I 第１問は次ページに続く。）

〔2〕 a, b を実数として，2次方程式

$$(x-a)^2+4(x-a)+b=0$$

を考える。

下の $\boxed{\text{ク}}$, $\boxed{\text{ス}}$ には次の⓪～⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　① $<$　② $\geqq$　③ $\leqq$　④ $=$　⑤ $\neq$

この2次方程式が異なる二つの実数解をもつ条件は

$$b \ \boxed{\text{ク}} \ \boxed{\text{ケ}}$$

が成立することである。その二つの解を s, t とすれば

$$b=\frac{\boxed{\text{コサ}}-(s-t)^2}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。さらに s, t がともに正となる条件は

$$a \ \boxed{\text{ス}} \ \boxed{\text{セ}}+\sqrt{\boxed{\text{ソ}}-b}$$

が成立することである。

第2問 (配点 25)

a，bを定数として2次関数

$$y = -x^2 + (2a+4)x + b \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

について考える。関数①のグラフGの頂点の座標は

$$\left(a + \boxed{\text{ア}},\ a^2 + \boxed{\text{イ}}\,a + b + \boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。以下，この頂点が直線 $y = -4x - 1$ 上にあるとする。このとき，

$$b = -a^2 - \boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オカ}}$$

である。

(数学Ⅰ第2問は次ページに続く。)

(1) グラフ G が x 軸と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。また，G が x 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるような a の値の範囲は

$$-\boxed{\text{コ}} - \sqrt{\boxed{\text{サ}}} < a < -\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(2) 関数 ① の $0 \leqq x \leqq 4$ における最小値が -22 となるのは

$a = \boxed{\text{シス}}$ または $a = \boxed{\text{セ}}$

のときである。また $a = \boxed{\text{セ}}$ のとき，関数 ① の $0 \leqq x \leqq 4$ における最大値は $\boxed{\text{ソタチ}}$ である。

一方，$a = \boxed{\text{シス}}$ のときの ① のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ツ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{テトナ}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{セ}}$ のときのグラフと一致する。

第3問 （配点　30）

△ABCにおいて，AB $= 2$，BC $= \sqrt{7}$，CA $= \sqrt{3}$ とする。

このとき，∠BAC $= \boxed{\text{アイ}}^\circ$ であるから

$$\sin\angle \mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}, \qquad \cos\angle \mathrm{ABC} = \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

∠BACの三等分線と辺BCとの交点を，点Bに近い方から順に，点M，Nとする。

（数学Ⅰ第3問は次ページに続く。）

(1) △ABM において，点 M から辺 AB に垂線を引くと

$$\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\text{AM} = \frac{\sqrt{\boxed{ウエ}}}{\boxed{オ}}\text{BM}$$

であり

$$\text{AB} = \frac{\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}\text{AM} + \frac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}\text{BM}$$

である。よって

$$\text{AM} = \frac{\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}, \quad \text{BM} = \frac{\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}}{\boxed{ツ}}$$

である。

(2) △AMN と△ANC について，△AMN の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{テ}}}{\boxed{ト}}$AN であり，

△ANC の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{ナ}}}{\boxed{ニ}}$AN である。

また，△AMC の面積は $\frac{\boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{ネ}}}{\boxed{ノ}}$ であるから，

AN ＝ $\frac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}$ である。

第４問 （配点　25）

(1)　aを正の実数とする。$\frac{1}{4}a^2+a+1=\left(\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}a+1\right)^2$であり，また

$$0<a+1<\frac{1}{4}a^2+a+1$$

であるので

$$\sqrt{a+1}<\frac{1}{\boxed{\text{ア}}}a+1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

となる。

(2)　2次不等式$\left(\frac{12}{25}a+1\right)^2<a+1$を解くと，

$0<a<\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$となる。よって，$0<a<\dfrac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}}$のとき

$$\frac{12}{25}a+1<\sqrt{a+1} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

が成り立つ。

（数学Ⅰ第４問は次ページに続く。）

(3) (1)と(2)の結果を用いて，$\sqrt{17}$ のおよその値を求める。

$\dfrac{\sqrt{17}}{4} = \sqrt{\dfrac{1}{\boxed{\text{キク}}} + 1}$ である。$a = \dfrac{1}{\boxed{\text{キク}}}$ を①に代入すると

$\dfrac{\sqrt{17}}{4} < \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ となり，②に代入すると $\dfrac{\boxed{\text{スセソ}}}{\boxed{\text{タチツ}}} < \dfrac{\sqrt{17}}{4}$ となる。

したがって

$$\frac{m}{200} < \sqrt{17} < \frac{m+1}{200} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

を満たす自然数 m は $\boxed{\text{テトナ}}$ である。③より $\sqrt{17}$ の小数第3位を四捨五入すると，$4.\boxed{\text{ニヌ}}$ となる。

Ⓕ

数　学　I　(100点満点)

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点
第1問 (20)	アイ	-2	2
	ウ	1	2
	$\dfrac{-\text{エ}-a}{\text{オ}}$	$\dfrac{-1-a}{2}$	2
	カ	4	1
	キ	5	3
	ク, ケ	$1,\ 4$	3
	$\dfrac{\text{コサ}-(s-t)^2}{\text{シ}}$	$\dfrac{16-(s-t)^2}{4}$	3
	ス	0	2
	$\text{セ}+\sqrt{\text{ソ}-b}$	$2+\sqrt{4-b}$	2
第2問 (25)	$(a+\text{ア},\ a^2+\text{イ}\,a+b+\text{ウ})$	$(a+2,\ a^2+4a+b+4)$	4
	$-a^2-\text{エ}\,a-\text{オカ}$	$-a^2-8a-13$	3
	$\dfrac{\text{キク}}{\text{ケ}}$	$\dfrac{-9}{4}$	3
	$-\text{コ}-\sqrt{\text{サ}}$	$-4-\sqrt{3}$	3
	シス	-3	2
	セ	1	2
	ソタチ	-13	4
	ツ	4	2
	テトナ	-16	2

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点
第3問 (30)	アイ	90	3
	$\dfrac{\sqrt{\text{ウエ}}}{\text{オ}}$	$\dfrac{\sqrt{21}}{7}$	3
	$\dfrac{\text{カ}\sqrt{\text{キ}}}{\text{ク}}$	$\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$	3
	$\dfrac{\text{ケ}}{\text{コ}}$	$\dfrac{1}{2}$	3
	$\dfrac{\sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	3
	$\dfrac{\text{ス}\sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$	$\dfrac{4\sqrt{3}}{5}$	3
	$\dfrac{\text{タ}\sqrt{\text{チ}}}{\text{ツ}}$	$\dfrac{2\sqrt{7}}{5}$	3
	$\dfrac{\sqrt{\text{テ}}}{\text{ト}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{5}$	2
	$\dfrac{\sqrt{\text{ナ}}}{\text{ニ}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$	2
	$\dfrac{\text{ヌ}\sqrt{\text{ネ}}}{\text{ノ}}$	$\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$	2
	$\dfrac{\text{ハ}}{\text{ヒ}}$	$\dfrac{4}{3}$	3
第4問 (25)	$\dfrac{1}{\text{ア}}$	$\dfrac{1}{2}$	4
	$\dfrac{\text{イウ}}{\text{エオカ}}$	$\dfrac{25}{144}$	5
	$\dfrac{1}{\text{キク}}$	$\dfrac{1}{16}$	4
	$\dfrac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$	$\dfrac{33}{32}$	3
	$\dfrac{\text{スセソ}}{\text{タチツ}}$	$\dfrac{103}{100}$	3
	テトナ	824	3
	ニヌ	12	3