**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

**Z**

# 数　学　①　〔数学Ⅰ　数学Ⅰ・数学A〕

（100点
60分）

## Ⅰ　注 意 事 項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点**となります。

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

| 出 題 科 目 | ペ ー ジ | 選　択　方　法 |
|---|---|---|
| 数　学　Ⅰ | 4～11 | 左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。 |
| 数学Ⅰ・数学A | 12～19 | |

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

5　**不正行為について**

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③　不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

6　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

## Ⅱ　解答上の注意

**解答上の注意は，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。**

## Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（－，±）又は数字（０～９）が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

**例**　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-83$ と答えたいとき

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ア | **⊖** | ⊕ | ⓪ | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ |
| イ | ⊖ | ⊕ | ⓪ | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | **⑧** | ⑨ |
| ウ | ⊖ | ⊕ | ⓪ | ① | ② | **③** | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ |

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，原則として，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

5　根号を含む分数形で解答する場合，例えば $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}+\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを，$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

# 数　学　I

（全　問　必　答）

## 第1問　（配点　25）

〔1〕 $A=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$，　$B=\dfrac{1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ とする。

このとき

$$AB=\frac{1}{(1+\sqrt{6})^2-\boxed{\text{ア}}}=\frac{\sqrt{6}-\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり，また

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\boxed{\text{エ}}+\boxed{\text{オ}}\sqrt{6}$$

である。以上により

$$A+B=\frac{\boxed{\text{カ}}-\sqrt{6}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。

（数学I第1問は次ページに続く。）

〔2〕 $a$ を定数とし，二つの不等式

$$|2x+13| \geqq 3 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$x^2-2ax+2a^2+10a+15 \leqq 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を考える。

下の $\boxed{\text{タ}}$ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$

不等式 ① の解は

$$x \leqq \boxed{\text{クケ}},\quad \boxed{\text{コサ}} \leqq x$$

であり，これと次の 2 次不等式

$$x^2+\boxed{\text{シス}}\,x+\boxed{\text{セソ}}\ \boxed{\text{タ}}\ 0$$

の解は一致する。

次に，不等式 ② を満たす実数 $x$ が存在するような $a$ の値の範囲は

$$\boxed{\text{チツ}}-\sqrt{\boxed{\text{テト}}} \leqq a \leqq \boxed{\text{チツ}}+\sqrt{\boxed{\text{テト}}}$$

であり，この範囲にある最小の整数は $\boxed{\text{ナニ}}$ である。

$a=\boxed{\text{ナニ}}$ のとき，二つの不等式 ① と ② をともに満たす $x$ の値の範囲は

$$\boxed{\text{ヌネ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ノハ}}$$

である。

## 数学Ⅰ

# 第2問 （配点 25）

座標平面上にある点Pは，点A$(-8,\ 8)$から出発して，直線$y=-x$上を$x$座標が1秒あたり2増加するように一定の速さで動く。また，同じ座標平面上にある点Qは，点PがAを出発すると同時に原点Oから出発して，直線$y=10x$上を$x$座標が1秒あたり1増加するように一定の速さで動く。出発してから$t$秒後の2点P，Qを考える。点PがOに到達するのは$t=\boxed{\text{ア}}$のときである。以下，$0<t<\boxed{\text{ア}}$で考える。

(1) 点Pと$x$座標が等しい$x$軸上の点をP$'$，点Qと$x$座標が等しい$x$軸上の点をQ$'$とおく。△OPP$'$と△OQQ$'$の面積の和$S$を$t$で表せば

$$S=\boxed{\text{イ}}\,t^2-\boxed{\text{ウエ}}\,t+\boxed{\text{オカ}}$$

となる。これより$0<t<\boxed{\text{ア}}$においては，$t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$で$S$は最小値

$\dfrac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$をとる。

（数学Ⅰ第2問は次ページに続く。）

次に，$a$ を $0 < a <$ $\boxed{\text{ア}}$ $- 1$ を満たす定数とする。以下，$a \leqq t \leqq a + 1$ における $S$ の最小・最大について考える。

(i) $S$ が $t = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で最小となるような $a$ の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \leqq a \leqq \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(ii) $S$ が $t = a$ で最大となるような $a$ の値の範囲は $0 < a \leqq \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(2) 3 点 O，P，Q を通る 2 次関数のグラフが関数 $y = 2x^2$ のグラフを平行移動したものになるのは，$t = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときであり，$x$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ だけ平行移動すればよい。

## 第3問 (配点 30)

$\triangle$ABC において AB $= 6$, BC $= 2\sqrt{7}$, CA $= 4$ とする。$\angle$A の二等分線と辺 BC との交点を D, $\angle$A の二等分線と$\triangle$ABC の外接円との点 A と異なる交点を E とする。辺 AC の延長と, 2点 B, E を通る直線の交点を P とする。

(1) $\cos\angle\text{ABC} = \dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。また, $\cos\angle\text{BAC} = \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ であるから, $\angle\text{BAC} = \boxed{\text{カキ}}^\circ$ である。

(2) 点 E から辺 BC に引いた垂線と辺 BC との交点を H とすると,

$\angle\text{ECH} = \boxed{\text{クケ}}^\circ$, $\angle\text{EBH} = \boxed{\text{コサ}}^\circ$ であるから, $\text{HC} = \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。したがって, $\text{CE} = \dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

(3) △ABPにおいて

$$\angle APB = 180^\circ - \angle BAP - (\angle CBP + \angle ABC) = \boxed{\text{チツ}}^\circ - \angle ABC$$

である。したがって，$\sin\angle APB = \dfrac{\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(4) △ECPにおいて，$\sin\angle CEP = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ であるから，$CP = \dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

## 第4問 （配点　20）

$a$，$b$ は $a > 0$，$b \leqq 0$ である定数とし，$t$ の2次方程式

$$t^2 + 4at + b = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。方程式①を $\left(t + \boxed{\text{ア}}\,a\right)^2 = \boxed{\text{イ}}\,a^2 - b$ と書き直す。

$b \leqq 0$ であるから，方程式①の実数解は

$$t = \boxed{\text{ウエ}}\,a \pm \sqrt{\boxed{\text{オ}}\,a^2 - b}$$

である。

（数学Ⅰ第4問は次ページに続く。）

方程式①と同じ $a$, $b$ に対して, $x$ の方程式

$$(x-2)^2+4a|x-2|+b=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を考える。

(1) $b=0$ の場合, 方程式①の解は $t=$ $\boxed{\text{カ}}$, $\boxed{\text{キク}}\,a$ である。このとき, 方程式②の実数解の個数は $\boxed{\text{ケ}}$ 個である。

(2) $b<0$ の場合, 方程式①の 0 以上である実数解は

$$t=\boxed{\text{ウエ}}\,a+\sqrt{\boxed{\text{オ}}\,a^2-b}$$

である。このとき, 方程式②の実数解の個数は $\boxed{\text{コ}}$ 個である。

# 数学Ⅰ・数学A

(全　問　必　答)

## 第１問　(配点　20)

〔１〕 $A = \dfrac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$,　$B = \dfrac{1}{1-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$ とする。

このとき

$$AB = \frac{1}{(1+\sqrt{6})^2 - \boxed{\text{ア}}} = \frac{\sqrt{6} - \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり，また

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}\sqrt{6}$$

である。以上により

$$A + B = \frac{\boxed{\text{カ}} - \sqrt{6}}{\boxed{\text{キ}}}$$

となる。

(数学Ⅰ・数学A第１問は次ページに続く。)

〔2〕 三角形に関する条件 $p$, $q$, $r$ を次のように定める。

$p$：三つの内角がすべて異なる

$q$：直角三角形でない

$r$：45° の内角は一つもない

条件 $p$ の否定を $\overline{p}$ で表し，同様に $\overline{q}$, $\overline{r}$ はそれぞれ条件 $q$, $r$ の否定を表すものとする。

(1) 命題「$r \Longrightarrow$ ( $p$ または $q$ )」の対偶は「 $\boxed{\text{ク}}$ $\Longrightarrow \overline{r}$ 」である。

$\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ ( $p$ かつ $q$ )　① ( $\overline{p}$ かつ $\overline{q}$ )

② ( $\overline{p}$ または $q$ )　③ ( $\overline{p}$ または $\overline{q}$ )

(2) 次の⓪～④のうち，命題「( $p$ または $q$ ) $\Longrightarrow r$ 」に対する反例となっている三角形は $\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ に当てはまるものを，⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ケ}}$ と $\boxed{\text{コ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ 直角二等辺三角形

① 内角が 30°, 45°, 105° の三角形

② 正三角形

③ 三辺の長さが 3， 4， 5 の三角形

④ 頂角が 45° の二等辺三角形

(3) $r$ は ( $p$ または $q$ ) であるための $\boxed{\text{サ}}$ 。

$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

## 第2問 （配点　25）

座標平面上にある点Pは，点A$(-8,\ 8)$から出発して，直線$y=-x$上を$x$座標が1秒あたり2増加するように一定の速さで動く。また，同じ座標平面上にある点Qは，点PがAを出発すると同時に原点Oから出発して，直線$y=10x$上を$x$座標が1秒あたり1増加するように一定の速さで動く。出発してから$t$秒後の2点P，Qを考える。点PがOに到達するのは$t=\boxed{\text{ア}}$のときである。以下，$0<t<\boxed{\text{ア}}$で考える。

(1) 点Pと$x$座標が等しい$x$軸上の点をP′，点Qと$x$座標が等しい$x$軸上の点をQ′とおく。△OPP′と△OQQ′の面積の和$S$を$t$で表せば

$$S=\boxed{\text{イ}}\,t^2-\boxed{\text{ウエ}}\,t+\boxed{\text{オカ}}$$

となる。これより$0<t<\boxed{\text{ア}}$においては，$t=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$で$S$は最小値

$\dfrac{\boxed{\text{ケコサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$をとる。

（数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。）

次に，$a$ を $0 < a < \boxed{\text{ア}} - 1$ を満たす定数とする。以下，$a \leqq t \leqq a+1$ における $S$ の最小・最大について考える。

(i) $S$ が $t = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ で最小となるような $a$ の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \leqq a \leqq \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(ii) $S$ が $t = a$ で最大となるような $a$ の値の範囲は $0 < a \leqq \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(2) 3点O，P，Qを通る2次関数のグラフが関数 $y = 2x^2$ のグラフを平行移動したものになるのは，$t = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のときであり，$x$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ だけ平行移動すればよい。

## 第3問 （配点　30）

点Oを中心とする半径3の円Oと，点Oを通り，点Pを中心とする半径1の円Pを考える。円Pの点Oにおける接線と円Oとの交点をA，Bとする。また，円Oの周上に，点Bと異なる点Cを，弦ACが円Pに接するようにとる。弦ACと円Pの接点をDとする。このとき

$$\mathrm{AP} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}, \qquad \mathrm{OD} = \frac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。さらに，$\cos\angle\mathrm{OAD} = \dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり，$\mathrm{AC} = \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ であり，$\triangle\mathrm{ABC}$ の内接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(1) 円Oの周上に，点Eを線分CEが円Oの直径となるようにとる。△ABCの内接円の中心をQとし，△CEAの内接円の中心をRとする。このとき，

$$QR = \frac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}$$ である。したがって，内接円Qと内接円Rは $\boxed{ニ}$ 。

$\boxed{ニ}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 内接する
① 異なる2点で交わる
② 外接する
③ 共有点を持たない

(2) $$AQ = \frac{\boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{ネノ}}}{\boxed{ハ}}$$ であるから，$$PQ = \frac{\sqrt{\boxed{ヒフ}}}{\boxed{ヘ}}$$ となる。

したがって，$\boxed{ホ}$ 。

$\boxed{ホ}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ 点Pは内接円Qの周上にある
① 点Qは円Pの周上にある
② 点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの内部にある
③ 点Pは内接円Qの内部にあり，点Qは円Pの外部にある

## 第4問 (配点 25)

(1) 1から4までの数字を，重複を許して並べてできる4桁(けた)の自然数は，全部で $\boxed{\text{アイウ}}$ 個ある。

(2) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1から4までの数字を重複なく使ってできるものは $\boxed{\text{エオ}}$ 個ある。

(3) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数のうちで，1331のように，異なる二つの数字を2回ずつ使ってできるものの個数を，次の考え方に従って求めよう。

(i) 1から4までの数字から異なる二つを選ぶ。この選び方は $\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(ii) (i)で選んだ数字のうち小さい方を，一・十・百・千の位のうち，どの2箇所に置くか決める。置く2箇所の決め方は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。小さい方の数字を置く場所を決めると，大きい方の数字を置く場所は残りの2箇所に決まる。

(iii) (i)と(ii)より，求める個数は $\boxed{\text{クケ}}$ 個である。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(4) (1)の $\boxed{\text{アイウ}}$ 個の自然数を，それぞれ別々のカードに書く。できた $\boxed{\text{アイウ}}$ 枚のカードから1枚引き，それに書かれた数の四つの数字に応じて，得点を次のように定める。

- 四つとも同じ数字のとき　9点
- 2回現れる数字が二つあるとき　3点
- 3回現れる数字が一つと，1回だけ現れる数字が一つあるとき　2点
- 2回現れる数字が一つと，1回だけ現れる数字が二つあるとき　1点
- 数字の重複がないとき　0点

(i) 得点が9点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$，得点が3点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(ii) 得点が2点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$，得点が1点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(iii) 得点の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ 点である。