# 数　学　I

（全　問　必　答）

## 第1問　（配点　25）

〔1〕　$a = \dfrac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$，$b = \dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$ とおく。

(1)　$ab = \boxed{\text{ア}}$

$a + b = \boxed{\text{イ}}\left(\boxed{\text{ウエ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}\right)$

$a^2 + b^2 = \boxed{\text{カ}}\left(\boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}\right)$

である。

(2)　$ab = \boxed{\text{ア}}$ と $a^2 + b^2 + 4(a+b) = \boxed{\text{ケコ}}$ から，$a$ は

$a^4 + \boxed{\text{サ}}\,a^3 - \boxed{\text{シス}}\,a^2 + \boxed{\text{セ}}\,a + \boxed{\text{ソ}} = 0$

を満たすことがわかる。

（数学 I 第1問は次ページに続く。）

〔2〕 下の $\boxed{\text{タ}}$, $\boxed{\text{テ}}$, $\boxed{\text{ネ}}$, $\boxed{\text{ノ}}$, $\boxed{\text{ヒ}}$ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$

$a$ を定数とし，連立不等式

$$\begin{cases} x - 6a \geqq -1 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ |x + a - 1| < 5 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

を考える。

(1) $x = 1$ が不等式 ① を満たすような $a$ の値の範囲を表す不等式は

$a \boxed{\text{タ}} \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(2) $x = 2$ が不等式 ① を満たさないような $a$ の値の範囲を表す不等式は

$a \boxed{\text{テ}} \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(3) $a = 0$ のとき，連立不等式 ①，② の解は

$\boxed{\text{ニヌ}} \boxed{\text{ネ}} x \boxed{\text{ノ}} \boxed{\text{ハ}}$

である。

(4) 不等式 ② の解と，連立不等式 ①，② の解とが一致するような $a$ の値の範囲を表す不等式は $a \boxed{\text{ヒ}} \dfrac{\boxed{\text{フヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

数学Ⅰ

## 第２問 （配点　25）

$a$ を定数とし，$x$ の２次関数

$$y = x^2 + 2ax + 3a^2 - 6a - 36 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを $G$ とする。$G$ の頂点の座標は

$$\left( \boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a^2 - \boxed{\text{ウ}}\,a - \boxed{\text{エオ}} \right)$$

である。$G$ と $y$ 軸との交点の $y$ 座標を $p$ とする。

(1)　$p = -27$ のとき，$a$ の値は $a = \boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キク}}$ である。$a = \boxed{\text{カ}}$ のときの ① のグラフを $x$ 軸方向に $\boxed{\text{ケ}}$，$y$ 軸方向に $\boxed{\text{コ}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{キク}}$ のときの ① のグラフに一致する。

（数学Ⅰ第２問は次ページに続く。）

(2) 下の $\boxed{\text{ス}}$, $\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{ノ}}$, $\boxed{\text{ハ}}$ には，次の⓪〜③のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$

$G$ が $x$ 軸と共有点を持つような $a$ の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{サシ}}\ \boxed{\text{ス}}\ a\ \boxed{\text{セ}}\ \boxed{\text{ソ}} \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

である。$a$ が②の範囲にあるとき，$p$ は，$a = \boxed{\text{タ}}$ で最小値 $\boxed{\text{チツテ}}$ をとり，$a = \boxed{\text{ト}}$ で最大値 $\boxed{\text{ナニ}}$ をとる。

$G$ が $x$ 軸と共有点を持ち，さらにそのすべての共有点の $x$ 座標が $-1$ より大きくなるような $a$ の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{ヌネ}}\ \boxed{\text{ノ}}\ a\ \boxed{\text{ハ}}\ \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

## 第 3 問 (配点 30)

△ABC は，AB = 4，BC = 2，$\cos\angle ABC = \dfrac{1}{4}$ を満たすとする。このとき

$$CA = \boxed{\text{ア}}, \quad \sin\angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であり，△ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

△ABC の外接円と ∠ABC の二等分線との交点で B と異なる点を D とし，直線 AD と直線 BC の交点を E とする。このとき，△ACE の内角 ∠CAE と外角 ∠ACB の間には $\angle CAE = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\angle ACB$ の関係があるので，$CE = \boxed{\text{シ}}$ である。したがって，$AE = \boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

△ACE と△ADC を比較することにより，△ACE の面積は△ADC の面積の $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ 倍であることと，$\mathrm{AD} = \dfrac{\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テト}}}{\boxed{ナ}}$ であることがわかる。

以上から，△ADC の面積は $\dfrac{\boxed{ニ}\sqrt{\boxed{ヌネ}}}{\boxed{ノ}}$ である。

## 第４問 （配点　20）

絶対値を含んだ不等式

$$2|x^2 + 2x - 3| - 3|x - 1| > 2x + 3 \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

を満たす $x$ の値の範囲を求める。

２次方程式 $x^2 + 2x - 3 = 0$ の解は $x = \boxed{\text{アイ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ であるから，調べる $x$ の値の範囲を

$$x < \boxed{\text{アイ}},\quad \boxed{\text{アイ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{ウ}},\quad \boxed{\text{ウ}} < x$$

の三つの場合に分ける。

- $x < \boxed{\text{アイ}}$ の場合

  絶対値記号をはずして整理すると，不等式①は

  $$2x^2 + \boxed{\text{エ}}\,x - \boxed{\text{オカ}} > 0$$

  となるから，求める $x$ の値の範囲は $x < \boxed{\text{キク}}$ である。

（数学Ｉ第４問は次ページに続く。）

- $\boxed{アイ} \leqq x \leqq \boxed{ウ}$ の場合

  ① を満たす $x$ の値の範囲は $\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サ}} < x < \boxed{シ}$ である。

- $\boxed{ウ} < x$ の場合

  ① を満たす $x$ の値の範囲は $\boxed{ス} < x$ である。

以上の場合を合わせて考えると，不等式 ① を満たす整数 $x$ は無限に多くあるが，不等式 ① を満たさない整数 $x$ の個数は $\boxed{セ}$ 個であることがわかる。

# 数学Ⅰ・数学A

（全　問　必　答）

## 第1問　（配点　20）

〔1〕 $a=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$，$b=\dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$ とおく。

(1) $ab=\boxed{\text{ア}}$

$a+b=\boxed{\text{イ}}\left(\boxed{\text{ウエ}}+\sqrt{\boxed{\text{オ}}}\right)$

$a^2+b^2=\boxed{\text{カ}}\left(\boxed{\text{キ}}-\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\right)$

である。

(2) $ab=\boxed{\text{ア}}$ と $a^2+b^2+4(a+b)=\boxed{\text{ケコ}}$ から，$a$ は

$a^4+\boxed{\text{サ}}\,a^3-\boxed{\text{シス}}\,a^2+\boxed{\text{セ}}\,a+\boxed{\text{ソ}}=0$

を満たすことがわかる。

（数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。）

〔2〕 集合$U$を$U=\{n \mid n$は$5<\sqrt{n}<6$を満たす自然数$\}$で定め，また，$U$の部分集合$P$，$Q$，$R$，$S$を次のように定める。

$P=\{n \mid n \in U$かつ$n$は4の倍数$\}$

$Q=\{n \mid n \in U$かつ$n$は5の倍数$\}$

$R=\{n \mid n \in U$かつ$n$は6の倍数$\}$

$S=\{n \mid n \in U$かつ$n$は7の倍数$\}$

全体集合を$U$とする。集合$P$の補集合を$\overline{P}$で表し，同様に$Q$，$R$，$S$の補集合をそれぞれ$\overline{Q}$，$\overline{R}$，$\overline{S}$で表す。

(1) $U$の要素の個数は $\boxed{\text{タチ}}$ 個である。

(2) 次の⓪～④で与えられた集合のうち，空集合であるものは $\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ である。

$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ツ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ $P \cap R$　① $P \cap S$　② $Q \cap R$　③ $P \cap \overline{Q}$　④ $R \cap \overline{Q}$

(3) 集合$X$が集合$Y$の部分集合であるとき，$X \subset Y$と表す。このとき，次の⓪～④のうち，部分集合の関係について成り立つものは $\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ である。

$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{ト}}$，$\boxed{\text{ナ}}$ の解答の順序は問わない。

⓪ $P \cup R \subset \overline{Q}$　① $S \cap \overline{Q} \subset P$　② $\overline{Q} \cap \overline{S} \subset \overline{P}$

③ $\overline{P} \cup \overline{Q} \subset \overline{S}$　④ $\overline{R} \cap \overline{S} \subset \overline{Q}$

## 第2問 (配点 25)

$a$ を定数とし，$x$ の2次関数

$$y = x^2 + 2ax + 3a^2 - 6a - 36 \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを $G$ とする。$G$ の頂点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,a,\ \boxed{\text{イ}}\,a^2 - \boxed{\text{ウ}}\,a - \boxed{\text{エオ}}\right)$$

である。$G$ と $y$ 軸との交点の $y$ 座標を $p$ とする。

(1) $p = -27$ のとき，$a$ の値は $a = \boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キク}}$ である。$a = \boxed{\text{カ}}$ のときの①のグラフを $x$ 軸方向に $\boxed{\text{ケ}}$，$y$ 軸方向に $\boxed{\text{コ}}$ だけ平行移動すると，$a = \boxed{\text{キク}}$ のときの①のグラフに一致する。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

(2) 下の $\boxed{\text{ス}}$，$\boxed{\text{セ}}$，$\boxed{\text{ノ}}$，$\boxed{\text{ハ}}$ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$

$G$ が $x$ 軸と共有点を持つような $a$ の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{サシ}}\ \boxed{\text{ス}}\ a\ \boxed{\text{セ}}\ \boxed{\text{ソ}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

である。$a$ が ② の範囲にあるとき，$p$ は，$a=\boxed{\text{タ}}$ で最小値 $\boxed{\text{チツテ}}$ をとり，$a=\boxed{\text{ト}}$ で最大値 $\boxed{\text{ナニ}}$ をとる。

$G$ が $x$ 軸と共有点を持ち，さらにそのすべての共有点の $x$ 座標が $-1$ より大きくなるような $a$ の値の範囲を表す不等式は

$$\boxed{\text{ヌネ}}\ \boxed{\text{ノ}}\ a\ \boxed{\text{ハ}}\ \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

## 第3問 (配点 30)

$\triangle$ABCは，AB $= 4$，BC $= 2$，$\cos\angle$ABC $= \dfrac{1}{4}$ を満たすとする。このとき

$$\text{CA} = \boxed{\text{ア}},\quad \cos\angle\text{BAC} = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\quad \sin\angle\text{BAC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{エオ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

であり，$\triangle$ABCの外接円Oの半径は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。$\angle$ABCの二等分線と $\angle$BACの二等分線の交点をD，直線BDと辺ACの交点をE，直線BDと円Oとの交点でBと異なる交点をFとする。

(1) このとき

$$\text{AE} = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}},\quad \text{BE} = \frac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}},\quad \text{BD} = \frac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

となる。

(2) $\triangle$EBCの面積は $\triangle$EAFの面積の $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ 倍である。

(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

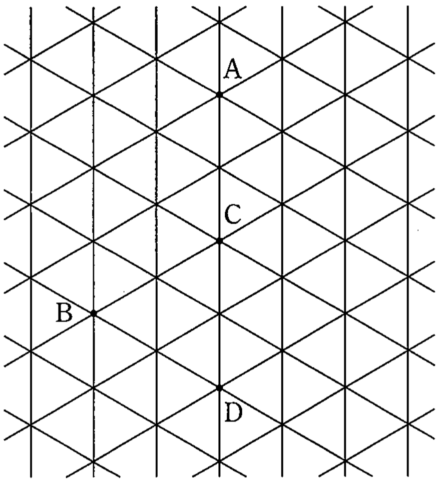
(3) 角度に注目すると，線分 FA，FC，FD の関係で正しいのは $\boxed{\text{ネ}}$ であることが分かる。

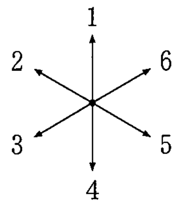
$\boxed{\text{ネ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ FA ＜ FC ＝ FD
① FA ＝ FC ＜ FD
② FC ＜ FA ＝ FD
③ FD ＜ FC ＜ FA
④ FA ＝ FC ＝ FD
⑤ FD ＜ FC ＝ FA

## 第4問 (配点 25)

下の図は，ある町の街路図の一部である。




ある人が，交差点Aから出発し，次の規則に従って，交差点から隣の交差点への移動を繰り返す。

① 街路上のみを移動する。

② 出発前にサイコロを投げ，出た目に応じて上図の1～6の矢印の方向の隣の交差点に移動する。

③ 交差点に達したら，再びサイコロを投げ，出た目に応じて図の1～6の矢印の方向の隣の交差点に移動する。(一度通った道を引き返すこともできる。)

④ 交差点に達するたびに，③と同じことを繰り返す。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(1) 交差点Aを出発し，4回移動して交差点Bにいる移動の仕方について考える。この場合，3の矢印の方向の移動と4の矢印の方向の移動をそれぞれ2回ずつ行うので，このような移動の仕方は $\boxed{\text{ア}}$ 通りある。

(2) 交差点Aを出発し，3回移動して交差点Cにいる移動の仕方は $\boxed{\text{イ}}$ 通りある。

(3) 交差点Aを出発し，6回移動することを考える。このとき，交差点Aを出発し，3回の移動が終わった時点で交差点Cにいて，次に3回移動して交差点Dにいる移動の仕方は $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りあり，その確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキクケ}}}$ である。

(4) 交差点Aを出発し，6回移動して交差点Dにいる移動の仕方について考える。

- 1の矢印の向きの移動を含むものは $\boxed{\text{コ}}$ 通りある。
- 2の矢印の向きの移動を含むものは $\boxed{\text{サシ}}$ 通りある。
- 6の矢印の向きの移動を含むものも $\boxed{\text{サシ}}$ 通りある。
- 上記3つ以外の場合，4の矢印の向きの移動は $\boxed{\text{ス}}$ 回だけに決まるので，移動の仕方は $\boxed{\text{セソ}}$ 通りある。

よって，交差点Aを出発し，6回移動して交差点Dにいる移動の仕方は $\boxed{\text{タチツ}}$ 通りある。