数学Ⅰ・数学A

問　題	選　択　方　法
第１問	必　　　答
第２問	必　　　答
第３問	必　　　答
第４問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第５問	
第６問	

 (注) この科目には，選択問題があります。(17ページ参照。)

第1問 (必答問題) (配点 20)

2次関数

$$y = -x^2 + 2x + 2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフの頂点の座標は$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$である。また

$$y = f(x)$$

はxの2次関数で，そのグラフは，①のグラフをx軸方向にp，y軸方向にqだけ平行移動したものであるとする。

(1) 下の$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{オ}}$には，次の⓪〜④のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$　　④ $\neq$

$2 \leqq x \leqq 4$における$f(x)$の最大値が$f(2)$になるようなpの値の範囲は

$$p \ \boxed{\text{ウ}}\ \boxed{\text{エ}}$$

であり，最小値が$f(2)$になるようなpの値の範囲は

$$p \ \boxed{\text{オ}}\ \boxed{\text{カ}}$$

である。

(数学Ⅰ・数学A第1問は次ページに続く。)

(2)　2次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になるのは

$$p = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}},\qquad q = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

のときである。

第2問 (必答問題)(配点 25)

〔1〕 条件 p_1, p_2, q_1, q_2 の否定をそれぞれ $\overline{p_1}$, $\overline{p_2}$, $\overline{q_1}$, $\overline{q_2}$ と書く。

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

命題「$(p_1$ かつ $p_2) \Longrightarrow (q_1$ かつ $q_2)$」の対偶は $\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪ $(\overline{p_1}$ または $\overline{p_2}) \Longrightarrow (\overline{q_1}$ または $\overline{q_2})$

① $(\overline{q_1}$ または $\overline{q_2}) \Longrightarrow (\overline{p_1}$ または $\overline{p_2})$

② $(\overline{q_1}$ かつ $\overline{q_2}) \Longrightarrow (\overline{p_1}$ かつ $\overline{p_2})$

③ $(\overline{p_1}$ かつ $\overline{p_2}) \Longrightarrow (\overline{q_1}$ かつ $\overline{q_2})$

(2) 自然数 n に対する条件 p_1, p_2, q_1, q_2 を次のように定める。

p_1 : n は素数である

p_2 : $n + 2$ は素数である

q_1 : $n + 1$ は 5 の倍数である

q_2 : $n + 1$ は 6 の倍数である

30 以下の自然数 n のなかで $\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{ウエ}}$ は

命題「$(p_1$ かつ $p_2) \Longrightarrow (\overline{q_1}$ かつ $q_2)$」

の反例となる。

(数学Ⅰ・数学A第2問は次ページに続く。)

〔2〕 $\triangle$ABCにおいて，AB $= 3$，BC $= 5$，$\angle$ABC $= 120^\circ$とする。

このとき，AC $= \boxed{\text{オ}}$，$\sin\angle \text{ABC} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$であり，

$\sin\angle \text{BCA} = \dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$である。

直線BC上に点Dを，AD $= 3\sqrt{3}$かつ$\angle$ADCが鋭角，となるようにとる。点Pを線分BD上の点とし，$\triangle$APCの外接円の半径をRとすると，Rのとり得る値の範囲は$\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \leqq R \leqq \boxed{\text{セ}}$である。

第3問 （必答問題）（配点　15）

〔1〕 ある高校3年生1クラスの生徒40人について，ハンドボール投げの飛距離のデータを取った。次の図1は，このクラスで最初に取ったデータのヒストグラムである。

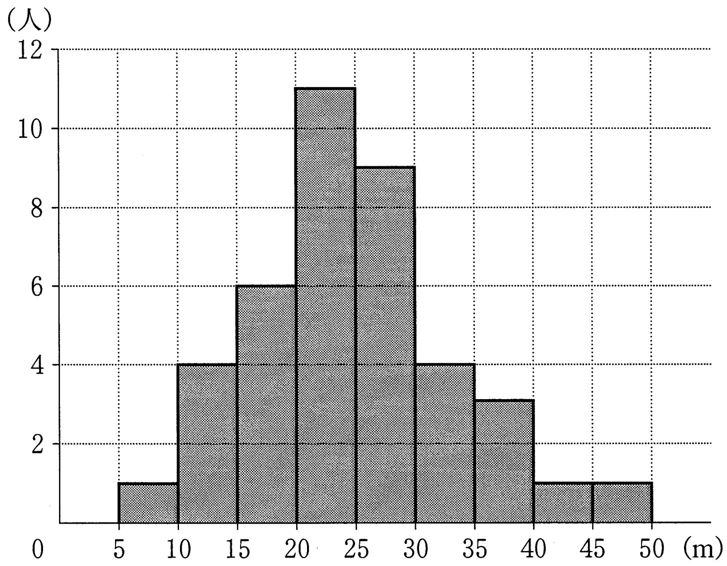


図1　ハンドボール投げ

(1) 次の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑧のうちから一つ選べ。

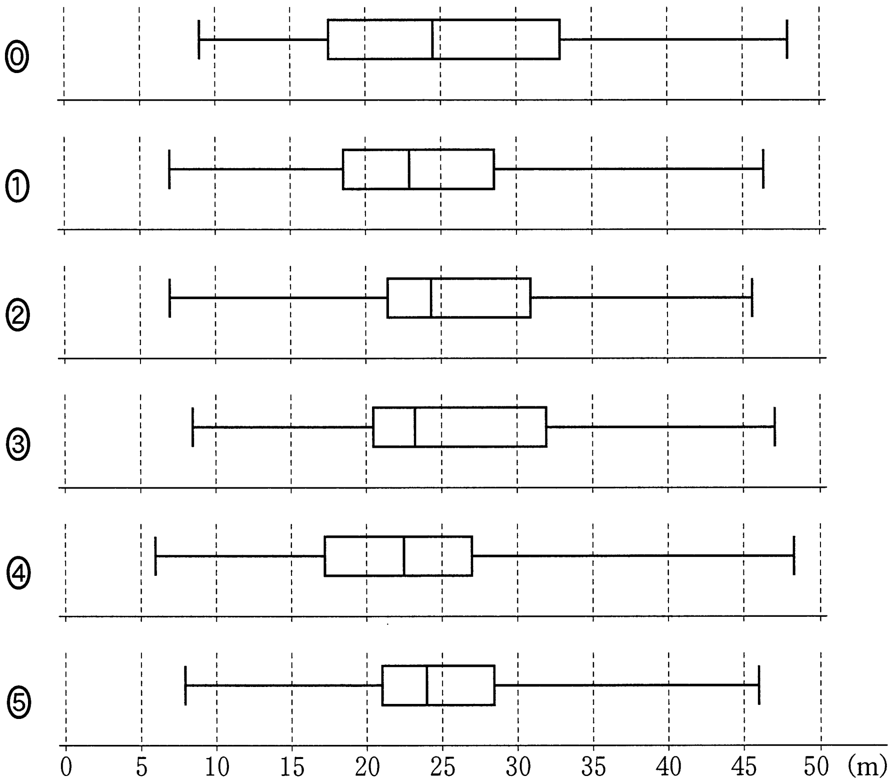
この40人のデータの第3四分位数が含まれる階級は，$\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪ 5m以上10m未満　　① 10m以上15m未満
② 15m以上20m未満　　③ 20m以上25m未満
④ 25m以上30m未満　　⑤ 30m以上35m未満
⑥ 35m以上40m未満　　⑦ 40m以上45m未満
⑧ 45m以上50m未満

（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(2) 次の $\boxed{\text{イ}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{イ}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ の解答の順序は問わない。

このデータを箱ひげ図にまとめたとき，図1のヒストグラムと**矛盾するものは**，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ である。



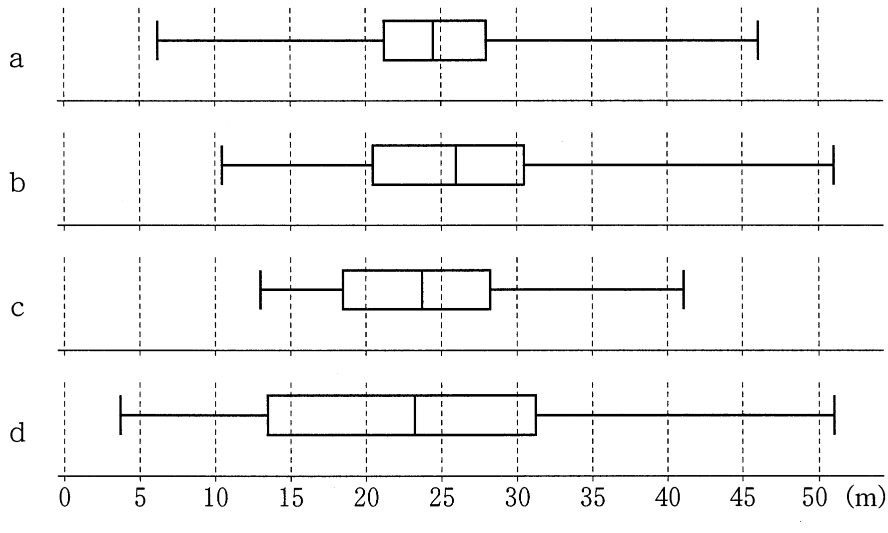
（数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。）

(3) 次の文章中の $\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ に入れるものとして最も適当なものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ の解答の順序は問わない。

後日，このクラスでハンドボール投げの記録を取り直した。次に示したA～Dは，最初に取った記録から今回の記録への変化の分析結果を記述したものである。a～dの各々が今回取り直したデータの箱ひげ図となる場合に，⓪～③の組合せのうち分析結果と箱ひげ図が**矛盾するもの**は，$\boxed{\text{カ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ である。

⓪ A−a　　① B−b　　② C−c　　③ D−d

A：どの生徒の記録も下がった。
B：どの生徒の記録も伸びた。
C：最初に取ったデータで上位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録が伸びた。
D：最初に取ったデータで上位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録は伸び，下位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録は下がった。



(数学Ⅰ・数学A第3問は次ページに続く。)

〔2〕 ある高校2年生40人のクラスで一人2回ずつハンドボール投げの飛距離のデータを取ることにした。次の図2は，1回目のデータを横軸に，2回目のデータを縦軸にとった散布図である。なお，一人の生徒が欠席したため，39人のデータとなっている。

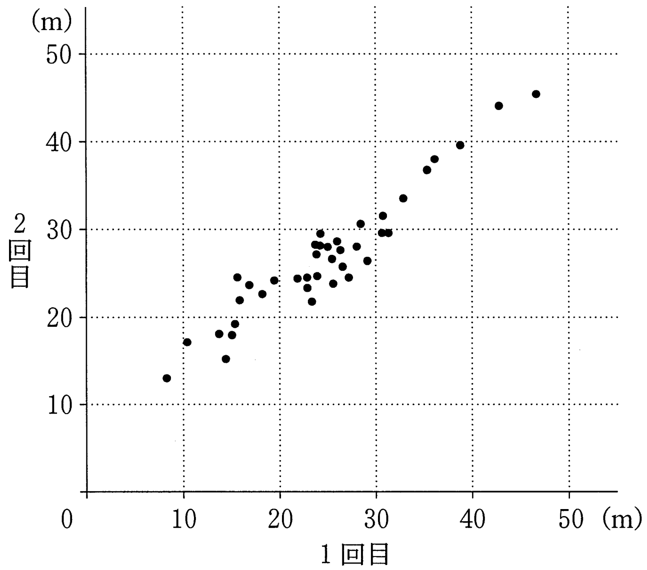


図 2

	平均値	中央値	分　散	標準偏差
1回目のデータ	24.70	24.30	67.40	8.21
2回目のデータ	26.90	26.40	48.72	6.98

1回目のデータと2回目のデータの共分散	54.30

(共分散とは1回目のデータの偏差と2回目のデータの偏差の積の平均である)

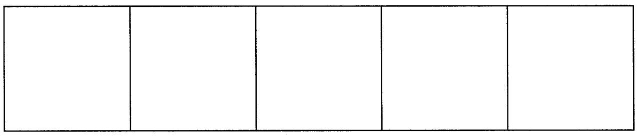
次の $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，下の⓪～⑨のうちから一つ選べ。

1回目のデータと2回目のデータの相関係数に最も近い値は，$\boxed{\text{ク}}$ である。

⓪ 0.67　① 0.71　② 0.75　③ 0.79　④ 0.83
⑤ 0.87　⑥ 0.91　⑦ 0.95　⑧ 0.99　⑨ 1.03

第4問 (選択問題)(配点　20)

同じ大きさの5枚の正方形の板を一列に並べて，図のような掲示板を作り，壁に固定する。赤色，緑色，青色のペンキを用いて，隣り合う正方形どうしが異なる色となるように，この掲示板を塗り分ける。ただし，塗り分ける際には，3色のペンキをすべて使わなければならないわけではなく，2色のペンキだけで塗り分けることがあってもよいものとする。



(1)　このような塗り方は，全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りある。

(2)　塗り方が左右対称となるのは，$\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

(3)　青色と緑色の2色だけで塗り分けるのは，$\boxed{\text{オ}}$ 通りある。

(4)　赤色に塗られる正方形が3枚であるのは，$\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(数学Ⅰ・数学A第4問は次ページに続く。)

(5) 赤色に塗られる正方形が 1 枚である場合について考える。

- どちらかの端の 1 枚が赤色に塗られるのは， $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。
- 端以外の 1 枚が赤色に塗られるのは， $\boxed{\text{クケ}}$ 通りある。

よって，赤色に塗られる正方形が 1 枚であるのは， $\boxed{\text{コサ}}$ 通りある。

(6) 赤色に塗られる正方形が 2 枚であるのは， $\boxed{\text{シス}}$ 通りある。

第5問 （選択問題）（配点 20）

以下では，$a = 756$ とし，m は自然数とする。

(1) a を素因数分解すると

$$a = 2^{\boxed{\text{ア}}} \cdot 3^{\boxed{\text{イ}}} \cdot \boxed{\text{ウ}}$$

である。

a の正の約数の個数は $\boxed{\text{エオ}}$ 個である。

(2) $\sqrt{am}$ が自然数となる最小の自然数 m は $\boxed{\text{カキ}}$ である。$\sqrt{am}$ が自然数となるとき，m はある自然数 k により，$m = \boxed{\text{カキ}}\,k^2$ と表される数であり，そのときの $\sqrt{am}$ の値は $\boxed{\text{クケコ}}\,k$ である。

（数学Ⅰ・数学A第5問は次ページに続く。）

(3) 次に，自然数 k により $\boxed{\text{クケコ}}\,k$ と表される数で，11 で割った余りが 1 となる最小の k を求める。1 次不定方程式

$$\boxed{\text{クケコ}}\,k - 11\ell = 1$$

を解くと，$k > 0$ となる整数解 $(k,\ \ell)$ のうち k が最小のものは，

$k = \boxed{\text{サ}}$，$\ell = \boxed{\text{シスセ}}$ である。

(4) $\sqrt{am}$ が 11 で割ると 1 余る自然数となるとき，そのような自然数 m のなかで最小のものは $\boxed{\text{ソタチツ}}$ である。

第6問 （選択問題）（配点 20）

$\triangle$ABCにおいて，AB = AC = 5，BC = $\sqrt{5}$ とする。辺AC上に点Dを AD = 3 となるようにとり，辺BCのBの側の延長と$\triangle$ABDの外接円との交点でBと異なるものをEとする。

CE・CB = $\boxed{\text{アイ}}$ であるから，BE = $\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

$\triangle$ACEの重心をGとすると，AG = $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

ABとDEの交点をPとすると

$$\frac{\mathrm{DP}}{\mathrm{EP}} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。

（数学Ⅰ・数学A第6問は次ページに続く。）

△ABC と△EDC において，点 A，B，D，E は同一円周上にあるので
∠CAB ＝∠CED で，∠C は共通であるから

$$\mathrm{DE} = \boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

である。

①，② から，$\mathrm{EP} = \dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。