試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

S

数　学　② 〔　数学Ⅱ　〕

（100点 60分）

簿記・会計，情報関係基礎及び工業数理基礎の問題冊子は，大学入試センター試験の出願時に，それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。特に，解答用紙の**解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は，0点となることがあります。**

2　出題科目，ページ及び選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅱ	4〜14	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15〜29	

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

4　**選択問題については，いずれか2問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

5　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

6　**不正行為について**

①　不正行為に対しては厳正に対処します。

②　不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は，監督者がカードを用いて注意します。

③　不正行為を行った場合は，その時点で受験を取りやめさせ退室させます。

7　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意は，裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\textbf{ア}}$，$\boxed{\textbf{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例　$\boxed{\textbf{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\textbf{ア}}$，$\boxed{\textbf{イウ}}$ などが2度以上現れる場合，2度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\textbf{エオ}}}{\boxed{\textbf{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\textbf{キ}}$.$\boxed{\textbf{クケ}}$ に2.5と答えたいときは，2.50として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

数　学　Ⅱ

（全　問　必　答）

第１問 （配点　30）

〔１〕

(1)　$8^{\frac{5}{6}} = \boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，$\log_{27}\dfrac{1}{9} = \dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ である。

(2)　$y = 2^x$ のグラフと $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ のグラフは $\boxed{カ}$ である。

$y = 2^x$ のグラフと $y = \log_2 x$ のグラフは $\boxed{キ}$ である。

$y = \log_2 x$ のグラフと $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ のグラフは $\boxed{ク}$ である。

$y = \log_2 x$ のグラフと $y = \log_2 \dfrac{1}{x}$ のグラフは $\boxed{ケ}$ である。

$\boxed{カ}$ ～ $\boxed{ケ}$ に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪　同一のもの　　①　x 軸に関して対称

②　y 軸に関して対称　　③　直線 $y = x$ に関して対称

（数学Ⅱ第１問は次ページに続く。）

(3) $x>0$ の範囲における関数 $y=\left(\log_2\frac{x}{4}\right)^2-4\log_4 x+3$ の最小値を求めよう。

$t=\log_2 x$ とおく。このとき，$y=t^2-$ $\boxed{コ}$ $t+$ $\boxed{サ}$ である。

また，x が $x>0$ の範囲を動くとき，t のとり得る値の範囲は $\boxed{シ}$ である。$\boxed{シ}$ に当てはまるものを，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。

⓪ $t>0$

① $t>1$

② $t>0$ かつ $t\neq 1$

③ 実数全体

したがって，y は $t=$ $\boxed{ス}$ のとき，すなわち $x=$ $\boxed{セ}$ のとき，最小値 $\boxed{ソタ}$ をとる。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

〔2〕 kを正の定数として

$$\cos^2 x - \sin^2 x + k\left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を満たすxについて考える。

(1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ の範囲で①を満たすxの個数について考えよう。

①の両辺に $\sin^2 x \cos^2 x$ をかけ，2倍角の公式を用いて変形すると

$$\left(\frac{\sin^2 2x}{\boxed{\text{チ}}} - k\right)\cos 2x = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

を得る。したがって，kの値に関係なく，$x = \frac{\pi}{\boxed{\text{ツ}}}$ のときはつねに①が成り立つ。また，$0 < x < \frac{\pi}{2}$ の範囲で $0 < \sin^2 2x \leqq 1$ であるから，$k > \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のとき，①を満たすxは $\frac{\pi}{\boxed{\text{ツ}}}$ のみである。一方，$0 < k < \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のとき，①を満たすxの個数は $\boxed{\text{ナ}}$ 個であり，$k = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときは $\boxed{\text{ニ}}$ 個である。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

(2) $k=\dfrac{4}{25}$ とし，$\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で①を満たす x について考えよう。

②により $\sin 2x=\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ であるから

$$\cos 2x=\frac{\boxed{\text{ノハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である。したがって

$$\cos x=\frac{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

数学Ⅱ

第2問 (配点　30)

座標平面上で，放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ を C_1 とし，放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ を C_2 とする。

(1) 実数 a に対して，2直線 $x = a$，$x = a + 1$ と C_1，C_2 で囲まれた図形 D の面積 S は

$$S = \int_a^{a+1} \left(\frac{1}{\boxed{\text{ア}}} x^2 + \frac{1}{\boxed{\text{イ}}} \right) dx$$

$$= \frac{a^2}{\boxed{\text{ウ}}} + \frac{a}{\boxed{\text{エ}}} + \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。S は $a = \dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ をとる。

(2) 4点 $(a, 0)$，$(a + 1, 0)$，$(a + 1, 1)$，$(a, 1)$ を頂点とする正方形を R で表す。a が $a \geqq 0$ の範囲を動くとき，正方形 R と(1)の図形 D の共通部分の面積を T とおく。T が最大となる a の値を求めよう。

直線 $y = 1$ は，C_1 と $\left(\pm \boxed{\text{ソ}}, 1\right)$ で，C_2 と $\left(\pm \boxed{\text{タ}}, 1\right)$ で交わる。したがって，正方形 R と図形 D の共通部分が空集合にならないのは，$0 \leqq a \leqq \boxed{\text{チ}}$ のときである。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

$\boxed{ソ} \leqq a \leqq \boxed{チ}$ のとき，正方形 R は放物線 C_1 と x 軸の間にあり，この範囲で a が増加するとき，T は $\boxed{ツ}$。$\boxed{ツ}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 増加する　　① 減少する　　② 変化しない

したがって，T が最大になる a の値は，$0 \leqq a \leqq \boxed{ソ}$ の範囲にある。

$0 \leqq a \leqq \boxed{ソ}$ のとき，(1)の図形 D のうち，正方形 R の外側にある部分の面積 U は

$$U = \frac{a^3}{\boxed{テ}} + \frac{a^2}{\boxed{ト}}$$

である。よって，$0 \leqq a \leqq \boxed{ソ}$ において

$$T = -\frac{a^3}{\boxed{ナ}} - \frac{a^2}{\boxed{ニ}} + \frac{a}{\boxed{ヌ}} + \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}} \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

である。① の右辺の増減を調べることにより，T は

$$a = \frac{\boxed{ネノ} + \sqrt{\boxed{ハ}}}{\boxed{ヒ}}$$

で最大値をとることがわかる。

数学Ⅱ

第3問 (配点　20)

座標平面上に4点A(−1，0)，B(1，0)，P(−1，3)，Q(1，1)がある。線分PQ上に点Rをとり，そのx座標をaとする。さらに，三角形ABRの外接円をCとし，その中心をSとする。

(1)　点Rの座標をaを用いて表すと

$$\left(a,\quad \boxed{\text{アイ}}+\boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。

また，線分ARの中点をMとする。Mの座標をaを用いて表すと

$$\left(\frac{\boxed{\text{エ}}-\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}},\quad \frac{\boxed{\text{キク}}+\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\right)$$

である。

(数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

(2) 外接円 C の中心Sは，線分ABの垂直二等分線と，線分ARの垂直二等分線 ℓ との交点である。このことを用いてSの座標を求めよう。

線分ABの垂直二等分線は y 軸である。また，ℓ は，(1)の点Mを通り，傾き $\dfrac{a+\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}-\boxed{\text{ス}}}$ の直線である。

以上のことから，Sの座標は

$$\left(\boxed{\text{セ}},\quad \frac{\boxed{\text{ソタ}}a^2+\boxed{\text{チ}}a-\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}a-\boxed{\text{ト}}}\right)$$

であることがわかる。

(3) 円 C が点Rで直線PQに接するときの a の値を求めよう。

C が直線PQに接するとき，直線RSの傾きは $\boxed{\text{ナ}}$ である。このことと，$-1 \leqq a \leqq 1$ であることから，$a=\dfrac{\boxed{\text{ニ}}-\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

第４問 （配点　20）

(1)　4 次方程式 $x^4 + 2x^2 + 25 = 0$ の解を求めよう。

$t = x^2$ とおいて得られる 2 次方程式 $t^2 + 2t + 25 = 0$ の判別式を D とするとき

$$D = \boxed{\text{アイウ}}$$

であり，2 次方程式の解は

$$t = \boxed{\text{エオ}} \pm \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\, i$$

である。2 乗すると虚数 t になる複素数を求める代わりに，以下のように考える。

上の 4 次方程式を，正の実数 A，B により $(x^2 + A)^2 - Bx^2 = 0$ と変形すると

$$A = \boxed{\text{ク}}, \quad B = \boxed{\text{ケ}}$$

である。

したがって，等式

$$(x^2 + A)^2 - Bx^2 = (x^2 + \sqrt{B}\,x + A)(x^2 - \sqrt{B}\,x + A)$$

を利用すると，4 次方程式 $x^4 + 2x^2 + 25 = 0$ の解は

$$x = -\sqrt{\boxed{\text{コ}}} \pm \sqrt{\boxed{\text{サ}}}\, i, \quad \sqrt{\boxed{\text{コ}}} \pm \sqrt{\boxed{\text{サ}}}\, i$$

であることがわかる。

（数学Ⅱ第４問は次ページに続く。）

(2) q, rを実数として，整式$P(x) = x^3 - 2x^2 + qx + 2r$を考える。3次方程式$P(x) = 0$の解が$-2$と二つの自然数$\alpha$, β $(\alpha < \beta)$であるとき，α, βとq, rを求めよう。

$P(-2) = 0$であるから，$r = q + \boxed{\text{シ}}$である。したがって，因数定理により

$$P(x) = (x+2)\left(x^2 - \boxed{\text{ス}}\,x + q + \boxed{\text{セ}}\right)$$

となる。

ここで，2次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{ス}}\,x + q + \boxed{\text{セ}} = 0$$

は，二つの自然数α, β $(\alpha < \beta)$を解にもつから

$$\alpha = \boxed{\text{ソ}},\quad \beta = \boxed{\text{タ}},\quad q = \boxed{\text{チツ}},\quad r = \boxed{\text{テ}}$$

である。

(下 書 き 用 紙)