

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

Q

数 学

①

数学 I ・ 数学 A

(100 点)
(60 分)

I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となります。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 I	4～20	左の2科目のうちから1科目を選択し、 解答しなさい。
数学 I ・ 数学 A	21～41	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 不正行為について
 - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
 - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者がカードを用いて注意します。
 - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解 答 上 の 注 意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**， **イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号（－，±）又は数字（0～9）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に -83 と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	⊖	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

なお、同一の問題文中に **ア**， **イウ** などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、**ア**， **イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで○にマークしなさい。

例えば、**キ**， **クケ** に 2.5 と答えたいときは、 2.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、**コ** $\sqrt{\text{サ}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。

- 6 根号を含む分数形で解答する場合、例えば $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$ と答えるところを、 $\frac{6 + 4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6 + 2\sqrt{8}}{4}$ のように答えてはいけません。

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 2 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 30)

(1) x は正の実数で、 $x^2 + \frac{4}{x^2} = 9$ を満たすとする。このとき

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^2 = \boxed{\text{アイ}}$$

であるから、 $x + \frac{2}{x} = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ である。さらに

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{8}{x^3} &= \left(x + \frac{2}{x}\right) \left(x^2 + \frac{4}{x^2} - \boxed{\text{ウ}}\right) \\ &= \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オカ}}} \end{aligned}$$

である。また

$$x^4 + \frac{16}{x^4} = \boxed{\text{キク}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は 24 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 実数 x に関する 2 つの条件 p, q を

$$p: x = 1$$

$$q: x^2 = 1$$

とする。また、条件 p, q の否定をそれぞれ \bar{p}, \bar{q} で表す。

(1) 次の , , , に当てはまるものを、下の①~③のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

q は p であるための 。

\bar{p} は q であるための 。

$(p$ または $\bar{q})$ は q であるための 。

$(\bar{p}$ かつ $q)$ は q であるための 。

- ① 必要条件だが十分条件でない
- ② 十分条件だが必要条件でない
- ③ 必要十分条件である
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 実数 x に関する条件 r を

$$r: x > 0$$

とする。次の に当てはまるものを、下の①～⑦のうちから一つ選べ。

3つの命題

$$A: [(p \text{ かつ } q) \implies r]$$

$$B: [q \implies r]$$

$$C: [\bar{q} \implies \bar{p}]$$

の真偽について正しいものは である。

- ① A は真, B は真, C は真
- ② A は真, B は真, C は偽
- ③ A は真, B は偽, C は真
- ④ A は真, B は偽, C は偽
- ⑤ A は偽, B は真, C は真
- ⑥ A は偽, B は真, C は偽
- ⑦ A は偽, B は偽, C は真
- ⑧ A は偽, B は偽, C は偽

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

[3] a を定数とし、 $g(x) = x^2 - 2(3a^2 + 5a)x + 18a^4 + 30a^3 + 49a^2 + 16$ とおく。2 次関数 $y = g(x)$ のグラフの頂点は

$$\left(\boxed{\text{セ}} a^2 + \boxed{\text{ソ}} a, \boxed{\text{タ}} a^4 + \boxed{\text{チツ}} a^2 + \boxed{\text{テト}} \right)$$

である。

a が実数全体を動くとき、頂点の x 座標の最小値は $-\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

次に、 $t = a^2$ とおくと、頂点の y 座標は

$$\boxed{\text{タ}} t^2 + \boxed{\text{チツ}} t + \boxed{\text{テト}}$$

と表せる。したがって、 a が実数全体を動くとき、頂点の y 座標の最小値は

$\boxed{\text{ノハ}}$ である。

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

第 2 問 (必答問題) (配点 30)

〔1〕 $\triangle ABC$ において、 $AB = \sqrt{3} - 1$ 、 $BC = \sqrt{3} + 1$ 、 $\angle ABC = 60^\circ$ とする。

(1) $AC = \sqrt{\text{ア}}$ であるから、 $\triangle ABC$ の外接円の半径は $\sqrt{\text{イ}}$ であり

$$\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{\text{ウ}} + \sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$$

である。ただし、 ウ 、 エ の解答の順序は問わない。

(2) 辺 AC 上に点 D を、 $\triangle ABD$ の面積が $\frac{\sqrt{2}}{6}$ になるようにとるとき

$$AB \cdot AD = \frac{\text{カ} \sqrt{\text{キ}} - \text{ク}}{\text{ケ}}$$

であるから、 $AD = \frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 30 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 スキージャンプは、飛距離および空中姿勢の美しさを競う競技である。選手は斜面を滑り降り、斜面の端から空中に飛び出す。飛距離 D (単位は m) から得点 X が決まり、空中姿勢から得点 Y が決まる。ある大会における 58 回のジャンプについて考える。

(1) 得点 X 、得点 Y および飛び出すときの速度 V (単位は km/h) について、図 1 の 3 つの散布図を得た。

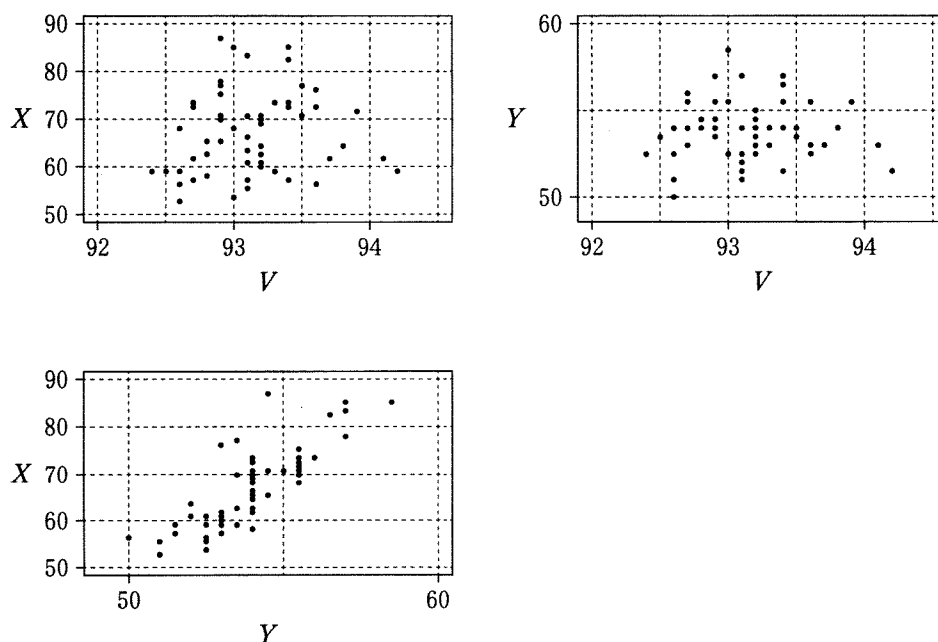


図 1

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

次の , , に当てはまるものを, 下の①~⑥のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

図 1 から読み取れることとして正しいものは, , , である。

- ① X と V の間の相関は, X と Y の間の相関より強い。
- ② X と Y の間には正の相関がある。
- ③ V が最大のジャンプは, X も最大である。
- ④ V が最大のジャンプは, Y も最大である。
- ⑤ Y が最小のジャンプは, X は最小ではない。
- ⑥ X が 80 以上のジャンプは, すべて V が 93 以上である。
- ⑦ Y が 55 以上かつ V が 94 以上のジャンプはない。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

(2) 得点 X は、飛距離 D から次の計算式によって算出される。

$$X = 1.80 \times (D - 125.0) + 60.0$$

次の , , にそれぞれ当てはまるものを、下の ①~⑥のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- X の分散は、 D の分散の 倍になる。
- X と Y の共分散は、 D と Y の共分散の 倍である。ただし、共分散は、2 つの変量のそれぞれにおいて平均値からの偏差を求め、偏差の積の平均値として定義される。
- X と Y の相関係数は、 D と Y の相関係数の 倍である。

- ① - 125 ② - 1.80 ③ 1 ④ 1.80
⑤ 3.24 ⑥ 3.60 ⑦ 60.0

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は 34 ページに続く。)

(下書き用紙)

数学 I ・ 数学 A の試験問題は次に続く。

数学 I ・ 数学 A

- (3) 58回のジャンプは29名の選手が2回ずつ行ったものである。1回目の $X+Y$ (得点 X と得点 Y の和)の値に対するヒストグラムと2回目の $X+Y$ の値に対するヒストグラムは図2のA, Bのうちのいずれかである。また, 1回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図と2回目の $X+Y$ の値に対する箱ひげ図は図3のa, bのうちのいずれかである。ただし, 1回目の $X+Y$ の最小値は108.0であった。

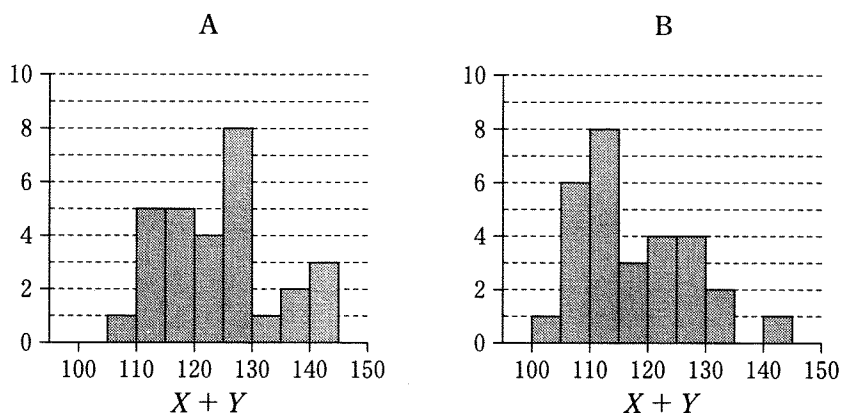


図 2

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

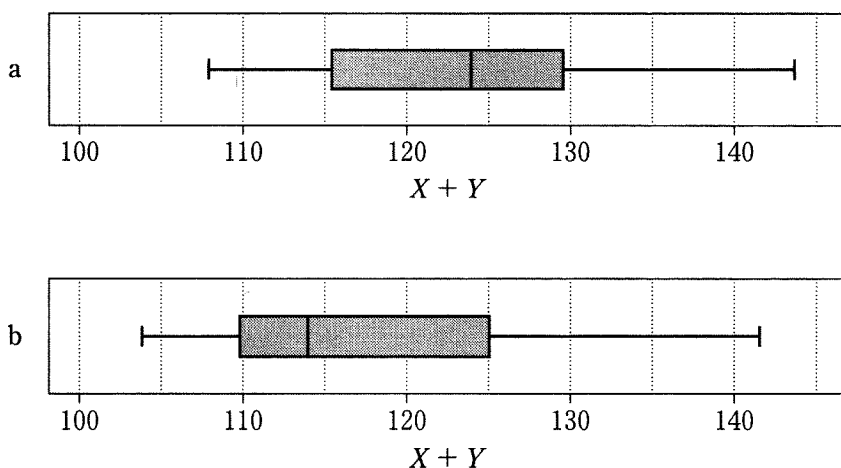


図 3

(出典：国際スキー連盟の Web ページにより作成)

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

次の に当てはまるものを、下の表の①~③のうちから一つ選べ。

1 回目の $X + Y$ の値について、ヒストグラムおよび箱ひげ図の組合せとして正しいものは、 である。

	①	②	③
ヒストグラム	A	A	B
箱ひげ図	a	b	b

次の に当てはまるものを、下の①~③のうちから一つ選べ。

図 3 から読み取れることとして正しいものは、 である。

- ① 1 回目の $X + Y$ の四分位範囲は、2 回目の $X + Y$ の四分位範囲より大きい。
- ② 1 回目の $X + Y$ の中央値は、2 回目の $X + Y$ の中央値より大きい。
- ③ 1 回目の $X + Y$ の最大値は、2 回目の $X + Y$ の最大値より小さい。
- ④ 1 回目の $X + Y$ の最小値は、2 回目の $X + Y$ の最小値より小さい。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

あたりが 2 本、はずれが 2 本の合計 4 本からなるくじがある。A, B, C の 3 人がこの順に 1 本ずつくじを引く。ただし、1 度引いたくじはもとに戻さない。

(1) A, B の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_1 の確率は、

$$\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。

(2) 次の ウ , エ , オ に当てはまるものを、下の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

A, B, C の 3 人で 2 本のあたりのくじを引く事象 E は、3 つの排反な事象

ウ , エ , オ の和事象である。

- ① A がはずれのくじを引く事象
- ② A だけがはずれのくじを引く事象
- ③ B がはずれのくじを引く事象
- ④ B だけがはずれのくじを引く事象
- ⑤ C がはずれのくじを引く事象
- ⑥ C だけがはずれのくじを引く事象

また、その和事象の確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) 事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率は、 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

る。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (4) 次の , , に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つずつ選べ。ただし, 解答の順序は問わない。

B, C の少なくとも一方があたりのくじを引く事象 E_2 は, 3 つの排反な事象 , , の和事象である。

- ① A がはずれのくじを引く事象
- ② A だけがはずれのくじを引く事象
- ③ B がはずれのくじを引く事象
- ④ B だけがはずれのくじを引く事象
- ⑤ C がはずれのくじを引く事象
- ⑥ C だけがはずれのくじを引く事象

また, その和事象の確率は $\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ である。他方, A, C の少なくとも一

方があたりのくじをひく事象 E_3 の確率は, $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ である。

- (5) 次の に当てはまるものを, 下の①~⑥のうちから一つ選べ。

事象 E_1 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_1 , 事象 E_2 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_2 , 事象 E_3 が起こったときの事象 E の起こる条件付き確率 p_3 の間の大小関係は, である。

- ① $p_1 < p_2 < p_3$
- ② $p_1 > p_2 > p_3$
- ③ $p_1 < p_2 = p_3$
- ④ $p_1 > p_2 = p_3$
- ⑤ $p_1 = p_2 < p_3$
- ⑥ $p_1 = p_2 > p_3$
- ⑦ $p_1 = p_2 = p_3$

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 百の位の数^{けた}が 3、十の位の数^{けた}が 7、一の位の数^{けた}が a である 3 桁の自然数を $37a$ と表記する。

$37a$ が 4 で割り切れるのは

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad \boxed{\text{イ}}$$

のときである。ただし、 $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$ の解答の順序は問わない。

- (2) 千の位の数^{けた}が 7、百の位の数^{けた}が b 、十の位の数^{けた}が 5、一の位の数^{けた}が c である 4 桁の自然数を $7b5c$ と表記する。

$7b5c$ が 4 でも 9 でも割り切れる b, c の組は、全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。これらのうち、 $7b5c$ の値が最小になるのは $b = \boxed{\text{エ}}$ 、 $c = \boxed{\text{オ}}$ のときで、 $7b5c$ の値が最大になるのは $b = \boxed{\text{カ}}$ 、 $c = \boxed{\text{キ}}$ のときである。

また、 $7b5c = (6 \times n)^2$ となる b, c と自然数 n は

$$b = \boxed{\text{ク}}, \quad c = \boxed{\text{ケ}}, \quad n = \boxed{\text{コサ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(3) 1188 の正の約数は全部で 個ある。

これらのうち、2 の倍数は 個、4 の倍数は 個ある。

1188 のすべての正の約数の積を 2 進法で表すと、末尾には 0 が連続して

個並ぶ。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 3$ 、 $BC = 8$ 、 $AC = 7$ とする。

- (1) 辺 AC 上に点 D を $AD = 3$ となるようにとり、 $\triangle ABD$ の外接円と直線 BC の交点で B と異なるものを E とする。このとき、 $BC \cdot CE = \boxed{\text{アイ}}$ である

から、 $CE = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

直線 AB と直線 DE の交点を F とするとき、 $\frac{BF}{AF} = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であるから、

$AF = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(2) $\angle ABC = \boxed{\text{サシ}}^\circ$ である。 $\triangle ABC$ の内接円の半径は $\frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$

であり、 $\triangle ABC$ の内心を I とすると $BI = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。