

試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

N

# 数 学 ② [数学Ⅱ 数学Ⅱ・数学B] $\left( \begin{array}{l} 100 \text{点} \\ 60 \text{分} \end{array} \right)$

簿記・会計及び情報関係基礎の問題冊子は、大学入試センター試験の出願時に、それぞれの科目の受験を希望した者に配付します。

## I 注 意 事 項

- 1 解答用紙に、正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがあります。特に、解答用紙の解答科目欄にマークされていない場合又は複数の科目にマークされている場合は、0点となることがあります。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

出 題 科 目	ペ ー ジ	選 択 方 法
数 学 Ⅱ	4～14	左の2科目のうちから1科目を選択し、 解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	15～29	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 選択問題については、いずれか2問を選択し、その問題番号の解答欄に解答しなさい。
- 5 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 6 不正行為について
  - ① 不正行為に対しては厳正に対処します。
  - ② 不正行為に見えるような行為が見受けられた場合は、監督者がカードを用いて注意します。
  - ③ 不正行為を行った場合は、その時点で受験を取りやめさせ退室させます。
- 7 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

## II 解 答 上 の 注 意

解答上の注意は、裏表紙に記載してあります。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

## II 解答上の注意

- 1 解答は、解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。
- 2 問題の文中の **ア**，**イウ** などには、特に指示がないかぎり、符号(－)，数字(0～9)，又は文字(a～d)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例 **アイウ** に  $-8a$  と答えたいとき

ア	<input checked="" type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	a	b	c	d
イ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="radio"/>	9	a	b	c	d
ウ	<input type="radio"/>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d

なお、同一の問題文中に **ア**，**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**，**イウ** のように細字で表記します。

- 3 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、**エオ** に  $-\frac{4}{5}$  と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$  として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ ， $\frac{2a+1}{3}$  と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ ， $\frac{4a+2}{6}$  のように答えてはいけません。

- 4 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで **0** にマークしなさい。

例えば、**キ** . **クケ** に 2.5 と答えたいときは、2.50 として答えなさい。

- 5 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ ， $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ， $6\sqrt{2a}$  と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ ， $\frac{\sqrt{52}}{4}$ ， $3\sqrt{8a}$  のように答えてはいけません。

# 数 学 II

(全 問 必 答)

## 第 1 問 (配点 30)

[1]

(1) 1 ラジアンとは、 $\boxed{\text{ア}}$  のことである。 $\boxed{\text{ア}}$  に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 半径が 1，面積が 1 の扇形の中心角の大きさ
- ② 半径が  $\pi$ ，面積が 1 の扇形の中心角の大きさ
- ③ 半径が 1，弧の長さが 1 の扇形の中心角の大きさ
- ④ 半径が  $\pi$ ，弧の長さが 1 の扇形の中心角の大きさ

(2)  $144^\circ$  を弧度で表すと  $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\pi$  ラジアンである。また、 $\frac{23}{12}\pi$  ラジアンを度で表すと  $\boxed{\text{エオカ}}^\circ$  である。

(数学 II 第 1 問は次ページに続く。)

(3)  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$  の範囲で

$$2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{5}\right) - 2 \cos\left(\theta + \frac{\pi}{30}\right) = 1 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たす  $\theta$  の値を求めよう。

$x = \theta + \frac{\pi}{5}$  とおくと、 $\textcircled{1}$  は

$$2 \sin x - 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{\boxed{\text{キ}}}\right) = 1$$

と表せる。加法定理を用いると、この式は

$$\sin x - \sqrt{\boxed{\text{ク}}} \cos x = 1$$

となる。さらに、三角関数の合成を用いると

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{\boxed{\text{ケ}}}\right) = \frac{1}{\boxed{\text{コ}}}$$

と変形できる。 $x = \theta + \frac{\pi}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$  だから、 $\theta = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}\pi$  であ

る。

(数学Ⅱ第1問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ

〔2〕  $c$  を正の定数として、不等式

$$x^{\log_3 x} \geq \left(\frac{x}{c}\right)^3 \dots\dots\dots ②$$

を考える。

3 を底とする ② の両辺の対数を取り、 $t = \log_3 x$  とおくと

$$t \boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タ}} t + \boxed{\text{タ}} \log_3 c \geq 0 \dots\dots\dots ③$$

となる。ただし、対数  $\log_a b$  に対し、 $a$  を底といい、 $b$  を真数という。

$c = \sqrt[3]{9}$  のとき、② を満たす  $x$  の値の範囲を求めよう。③ により

$$t \leq \boxed{\text{チ}}, \quad t \geq \boxed{\text{ツ}}$$

である。さらに、真数の条件を考えて

$$\boxed{\text{テ}} < x \leq \boxed{\text{ト}}, \quad x \geq \boxed{\text{ナ}}$$

となる。

(数学Ⅱ 第1問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ

次に、②が  $x > \boxed{\text{テ}}$  の範囲でつねに成り立つような  $c$  の値の範囲を求めよう。

$x$  が  $x > \boxed{\text{テ}}$  の範囲を動くとき、 $t$  のとり得る値の範囲は  $\boxed{\text{ニ}}$  である。 $\boxed{\text{ニ}}$  に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① 正の実数全体

② 負の実数全体

③ 実数全体

④ 1 以外の実数全体

この範囲の  $t$  に対して、④が つねに成り立つための必要十分条件は、

$\log_3 c \geq \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$  である。すなわち、 $c \geq \sqrt[\boxed{\text{ノ}}]{\boxed{\text{ハヒ}}}$  である。

## 数学Ⅱ

### 第2問 (配点 30)

[1]  $p > 0$  とする。座標平面上の放物線  $y = px^2 + qx + r$  を  $C$  とし、直線  $y = 2x - 1$  を  $l$  とする。 $C$  は点  $A(1, 1)$  において  $l$  と接しているとする。

(1)  $q$  と  $r$  を、 $p$  を用いて表そう。放物線  $C$  上の点  $A$  における接線  $l$  の傾きは  $\boxed{\text{ア}}$  であることから、 $q = \boxed{\text{イウ}}p + \boxed{\text{エ}}$  がわかる。さらに、 $C$  は点  $A$  を通ることから、 $r = p - \boxed{\text{オ}}$  となる。

(2)  $v > 1$  とする。放物線  $C$  と直線  $l$  および直線  $x = v$  で囲まれた図形の面積  $S$  は  $S = \frac{p}{\boxed{\text{カ}}}(v^3 - \boxed{\text{キ}}v^2 + \boxed{\text{ク}}v - \boxed{\text{ケ}})$  である。

また、 $x$  軸と  $l$  および 2 直線  $x = 1$ ,  $x = v$  で囲まれた図形の面積  $T$  は、 $T = v\boxed{\text{コ}} - v$  である。

$U = S - T$  は  $v = 2$  で極値をとるとする。このとき、 $p = \boxed{\text{サ}}$  であり、 $v > 1$  の範囲で  $U = 0$  となる  $v$  の値を  $v_0$  とすると、

$v_0 = \frac{\boxed{\text{シ}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$  である。 $1 < v < v_0$  の範囲で  $U$  は  $\boxed{\text{ソ}}$ 。

$\boxed{\text{ソ}}$  に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

- ① つねに増加する    ② つねに減少する    ③ 正の値のみをとる  
④ 負の値のみをとる    ⑤ 正と負のどちらの値もとる

$p = \boxed{\text{サ}}$  のとき、 $v > 1$  における  $U$  の最小値は  $\boxed{\text{タチ}}$  である。

(数学Ⅱ第2問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ

[2] 関数  $f(x)$  は  $x \geq 1$  の範囲でつねに  $f(x) \leq 0$  を満たすとする。  $t > 1$  のとき、曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸および 2 直線  $x = 1$ 、 $x = t$  で囲まれた図形の面積を  $W$  とする。  $t$  が  $t > 1$  の範囲を動くとき、  $W$  は、底辺の長さが  $2t^2 - 2$ 、他の 2 辺の長さがそれぞれ  $t^2 + 1$  の二等辺三角形の面積とつねに等しいとする。このとき、  $x > 1$  における  $f(x)$  を求めよう。

$F(x)$  を  $f(x)$  の不定積分とする。一般に、  $F'(x) = \boxed{\text{ツ}}$ 、  $W = \boxed{\text{テ}}$  が成り立つ。  $\boxed{\text{ツ}}$ 、  $\boxed{\text{テ}}$  に当てはまるものを、次の ①～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを選んでもよい。

- |                 |                  |                  |
|-----------------|------------------|------------------|
| ① $-F(t)$       | ④ $F(t)$         | ⑦ $F(t) - F(1)$  |
| ③ $F(t) + F(1)$ | ⑥ $-F(t) + F(1)$ | ⑧ $-F(t) - F(1)$ |
| ⑤ $-f(x)$       | ② $f(x)$         | ⑨ $f(x) - f(1)$  |

したがって、  $t > 1$  において

$$f(t) = \boxed{\text{トナ}} t^{\boxed{\text{ニ}}} + \boxed{\text{ヌ}}$$

である。よって、  $x > 1$  における  $f(x)$  がわかる。



## 数学Ⅱ

### 第3問 (配点 20)

座標平面上の2点  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 1)$  を通る直線を  $l_1$  とする。また、方程式  $x^2 + y^2 + 6x - 12y + 36 = 0$  が表す円を  $C_1$  とする。

(1)  $l_1$  の方程式は  $x - \boxed{\text{ア}}y + \boxed{\text{イ}} = 0$  である。また、 $C_1$  の中心は  $(\boxed{\text{ウエ}}, \boxed{\text{オ}})$  で、半径は  $\boxed{\text{カ}}$  である。

(2)  $C_1$  上の点  $P(a, b)$  に対して、三角形  $ABP$  の重心  $G$  の座標を  $(s, t)$  とおくと、 $a = \boxed{\text{キ}}s - \boxed{\text{ク}}$ ,  $b = \boxed{\text{ケ}}t - \boxed{\text{コ}}$  である。したがって、 $P$  が  $C_1$  上を動くとき、 $G$  の軌跡は中心  $(\frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}, \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}})$ 、半径

$\boxed{\text{タ}}$  の円となる。

(数学Ⅱ第3問は次ページに続く。)

## 数学 II

- (3) (2)で求めた円を  $C_2$  とする。点  $Q$  が  $C_2$  上を動き、点  $R$  が線分  $AB$  上を動くとき、線分  $QR$  の長さの最小値と最大値を求めよう。

$C_2$  の中心を通り、直線  $l_1$  と垂直な直線  $l_2$  の方程式は

$$\boxed{\text{チ}}x + \boxed{\text{ツ}}y - 1 = 0$$

である。 $l_1$  と  $l_2$  の交点は、線分  $AB$  を  $1 : \boxed{\text{テ}}$  に内分することがわかる。よって、 $l_2$  は線分  $AB$  と交わるので、 $QR$  の長さの最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}} - \boxed{\text{タ}}$$

である。

$QR$  の長さが最大となるときの  $R$  の座標は  $(\boxed{\text{ネ}}, \boxed{\text{ノ}})$  である。したがって、最大値は

$$\frac{\boxed{\text{ハ}}\sqrt{\boxed{\text{ヒ}}}}{\boxed{\text{フ}}} + \boxed{\text{タ}}$$

である。

## 数学Ⅱ

### 第4問 (配点 20)

$a, b, c$  を実数とし、 $x$  の整式  $P(x)$  を

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

とする。3次方程式  $P(x) = 0$  は虚数  $-1 + \sqrt{6}i$  を解にもつとする。

- (1) 3次方程式  $P(x) = 0$  の実数解を  $a$  を用いて表そう。

$P(x)$  の  $x$  に虚数  $-1 + \sqrt{6}i$  を代入し、整理すると

$$P(-1 + \sqrt{6}i) = \boxed{\text{アイ}} a - b + c + \boxed{\text{ウエ}} \\ + \left( \boxed{\text{オカ}} a + b - \boxed{\text{キ}} \right) \sqrt{6}i$$

となる。したがって、 $b, c$  を  $a$  を用いて表すと

$$b = \boxed{\text{ク}} a + \boxed{\text{ケ}}, \quad c = \boxed{\text{コ}} a - \boxed{\text{サシ}}$$

となる。

二つの虚数  $-1 + \sqrt{6}i, -1 - \sqrt{6}i$  を解とする2次方程式で、 $x^2$  の係数が1のものは

$$x^2 + \boxed{\text{ス}} x + \boxed{\text{セ}} = 0$$

である。 $P(x)$  をこの方程式の左辺の整式で割ると、商は  $x + a - \boxed{\text{ソ}}$ ,

余りは  $\boxed{\text{タ}}$  である。よって、方程式  $P(x) = 0$  の実数解は

$$x = \boxed{\text{チ}} a + \boxed{\text{ツ}}$$

と表せる。

(数学Ⅱ第4問は次ページに続く。)

## 数学Ⅱ

(2)  $P(x)$ を $x + a - 3$ で割ったときの余りが6のとき、 $a = \boxed{\text{テ}}$ である。

このとき、 $P(x)$ を2次の整式 $Q(x)$ で割ったときの商は $x - 1$ 、余りは $13x + 17$ とすると

$$Q(x) = x^2 + \boxed{\text{ト}}x + \boxed{\text{ナ}}$$

である。