平成24年度（2012年度）センター試験　数学Ⅰ　数学Ⅰ•数学A　解説

数学　①　[数学Ⅰ　数学Ⅰ・A]　（100点，60分）

数　学　Ⅰ（全問必答）

第１問（配点　20）

［１］

(1)　不等式$|2x+1|\leqq 3$の解はアイ$\leqq x \leqq$ウである。

以下，aを自然数とする。

(2)　不等式

$$|2x+1|\leqq a \qquad \cdots ①$$

の解は$\dfrac{-エ-a}{オ}\leqq x \leqq \dfrac{-エ+a}{オ}$である。

(3)　不等式①を満たす整数xの個数をNとする。$a=3$のとき，$N=$カである。

また，aが4，5，6，$\cdots$と増加するとき，Nが初めてカより大きくなるのは，$a=$キのときである。

＜解説＞

［１］ アイ -2　ウ１　エ１　オ２　カ４　キ５

(1)

絶対値記号を解くと，$-3\leqq 2x+1\leqq 3$だから，$-2\leqq x\leqq 1$

(2)

①の絶対値記号を解くと，$-a\leqq 2x+1\leqq a$，$\dfrac{-1-a}{2}\leqq x\leqq \dfrac{-1+a}{2} \qquad \cdots ②$

(3)

$a=3$とすれば，$-2\leqq x\leqq 1$だから，整数xの個数は，$N=4$である。②式を見ると，$a=4$では，$\dfrac{-5}{2}\leqq x\leqq \dfrac{3}{2}$となって，$N=4$。$a=5$では，$-3\leqq x\leqq 2$となって，$N=6$である。したがって，$a=5$のとき初めて$N$は4より大きくなる。

コメント：絶対値の理解は基本だから，的確にできること。(3)はxの範囲が$\dfrac{-1\pm a}{2}$によるので，aが奇数から1増えて偶数となっても，整数の範囲に変化のないことに気づくこと。

［２］ a，bを実数として，2次方程式

$$(x-a)^2+4(x-a)+b=0$$

を考える。

下のク，スには次の⓪～⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでも良い。

⓪ $>$　① $<$　② $\geqq$　③ $\leqq$　④ $=$　⑤ $\neq$

この2次方程式が異なる二つの実数解をもつ条件は

b ク ケ

が成立することである。その二つの解をs , tとすれば

$$b=\frac{\text{コサ}-(s-t)^2}{\text{シ}}$$

である。さらにs , tがともに正となる条件は

a ス セ ＋ $\sqrt{\text{ソ}-b}$

が成立することである。

＜解説＞

［2］ ク ① ケ 4 コサ 16 シ 4 ス ⓪ セ 2 ソ 4

$X=x-a$とおく。与えられた式は$X^2+4X+b=(X+2)^2-4+b=0$となる。

Xが二つの実数解をもてばxも二つの実数解をもち，xが二つの実数解をもてばXもそうだから，Xが二つの実数解をもつ条件を求めれば良い。

$(X+2)^2=4-b>0$だから，二つの実数解をもつ条件は，$b<4$

$X=x-a=-2\pm\sqrt{4-b}$だから，$x=a-2\pm\sqrt{4-b}$だから，

$s=a-2+\sqrt{4-b}$，$t=a-2-\sqrt{4-b}$とおけば，$s-t=2\sqrt{4-b}$だから，

$b=\dfrac{16-(s-t)^2}{4}$である。

s , tがともに正となるには，明らかに$t\leqq s$だから，$0<t$でなければならない。

したがって，$a-2-\sqrt{4-b}>0$だから，$a>2+\sqrt{4-b}$が成立することである。

コメント：与えれた式を見つめる。すると，変数変換によって，単純な2次方程式になることが分かる。2次方程式が異なる二つの実数解をもつための条件を求めるには，変数を含む式を$(\ \ )^2$の形にして考察することである。

第２問（配点 25）

a , bを定数として2次関数

$$y=-x^2+(2a+4)x+b \quad \cdots \quad ①$$

について考える。関数①のグラフGの頂点の座標は

$(a+\text{ア},\ a^2+\text{イ}a+b+\text{ウ})$

である。以下，この頂点が直線$y=-4x-1$上にあるとする。このとき，

$b=-a^2-\text{エ}a-\text{オカ}$

である。

(1) グラフGがx軸と異なる2点で交わるようなaの値の範囲は

$$a<\frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$$

である。また，Gがx 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるようなaの値の範囲は

$-\text{コ}-\sqrt{\text{サ}}<a<-\text{コ}+\sqrt{\text{サ}}$

である。

(2)　関数①の $0 \leqq x \leqq 4$ における最小値が-22となるのは

$a=$シス　または　$a=$セ

のときである。また$a=$セのとき，関数①の$0 \leqq x \leqq 4$における最大値はソタチである。

一方，$a=$シスのときの①のグラフをx軸方向にツ，y軸方向にテトナだけ平行移動すると，$a=$セのときのグラフと一致する。

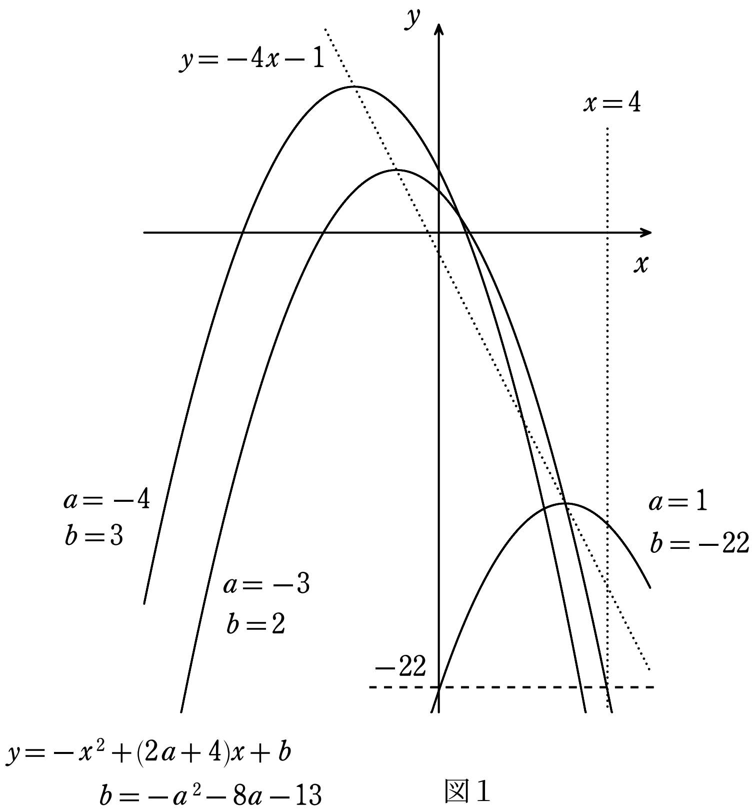

図１

＜解説＞

ア 2　イ 4　ウ 4　エ 8　オカ 13

①を変形すると，$y=-\{x-(a+2)\}^2+(a+2)^2+b$となるから，①のグラフ$G$の頂点の座標は

$(a+2,\ a^2+4a+b+4)$である。

この頂点が直線$y=-4x-1$上にあるとすれば，$a^2+4a+b+4=-4(a+2)-1=-4a-9$だから，

$b=-a^2-8a-13$　・・・　②

(1)　キク -9　ケ 4　コ 4　サ 3

②により①は，$y=-\{x-(a+2)\}^2+(a+2)^2+b=-\{x-(a+2)\}^2-4a-9$だから，

グラフGがx軸と異なる2点で交わるようなaの値の条件は，頂点のy座標が正，すなわち

$0<-4a-9$だから，$a<\dfrac{-9}{4}$

$x=0$で$y>0$のとき，Gがx 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるので，

$0<-(a+2)^2-4a-9=-a^2-8a-13$，したがって，$a^2+8a+13=(a+4)^2-3<0$

したがって，$-4-\sqrt{3}<a<-4+\sqrt{3}$

(2) シス -3 セ 1 ソタチ -13 ツ 4 テトナ -16

関数①は上に凸の放物線だから， $0 \leqq x \leqq 4$ で最小値をとるのは，$x=0$ または4のときである。

$x=0$では，$y=-a^2-8a-13$ ・・・ ③

$x=4$では，$y=-\{4-(a+2)\}^2-4a-9=-a^2-13$ ・・・ ④

③と④を比べ，

$a \geqq 0$のとき，最小値は，$-a^2-8a-13=-22$となり，$(a+9)(a-1)=0$だから$a=1$をえる。

$a<0$のとき，最小値は，$-a^2-13=-22$となり，$(a+3)(a-3)=0$だから$a=-3$をえる。

したがって，関数①の $0 \leqq x \leqq 4$ における最小値が-22となるのは

$a=-3$ または $a=1$ のときである。

$a=1$のとき，①は$y=-\{x-(a+2)\}^2-4a-9=-(x-3)^2-13 \leqq -13$だから，$x=3$で最大値は$-13$

$a=-3$のとき，①は$y=-\{x-(-3+2)\}^2+12-9=-(x+1)^2+3$だから，$x$ 軸方向に4 ，y 軸方向に-16だけ平行移動すると，$a=1$のときのグラフと一致する。図１にこれらのグラフを示した。

頂点は直線$y=-4x-1$上にあるのだから，x 軸方向に4 移動すれば，y 軸方向に-16 移動する。

コメント：2次関数のグラフと解に関する問題。頂点の座標，解が2つになる条件，変数の変化範囲での最大値，最小値に関する問題など，例年よく出題される。(1)で解が正と負になる条件は，上に凸の放物線では，$x=0$でy の値が正であることを理解しておこう。これは，当然2つの解をもつことの十分条件でもある。

第3問（配点 30）

△ABCにおいて，AB=2，BC=$\sqrt{7}$，CA=$\sqrt{3}$とする。

このとき，∠BAC=アイ° であるから

$$\sin\angle\mathrm{ABC}=\frac{\sqrt{ウエ}}{オ},\quad \cos\angle\mathrm{ABC}=\frac{カ\sqrt{キ}}{ク}$$

である。

∠BACの三等分線と辺BCとの交点を，点Bに近い方から順に，点M，Nとする。

(1) △ABMにおいて，点Mから辺ABに垂線を引くと

$$\frac{ケ}{コ}\mathrm{AM}=\frac{\sqrt{ウエ}}{オ}\mathrm{BM}$$

であり

$$\mathrm{AB}=\frac{\sqrt{サ}}{シ}\mathrm{AM}+\frac{カ\sqrt{キ}}{ク}\mathrm{BM}$$

である。よって

$$\mathrm{AM}=\frac{ス\sqrt{セ}}{ソ},\quad \mathrm{BM}=\frac{タ\sqrt{チ}}{ツ}$$

である。

(2)　△AMNと△ANCについて，△AMNの面積は$\dfrac{\sqrt{テ}}{ト}$ANであり，

△ANCの面積は$\dfrac{\sqrt{ナ}}{ニ}$ANである。

　また，△AMCの面積は$\dfrac{ヌ\sqrt{ネ}}{ノ}$であるから，

AN＝$\dfrac{ハ}{ヒ}$である。

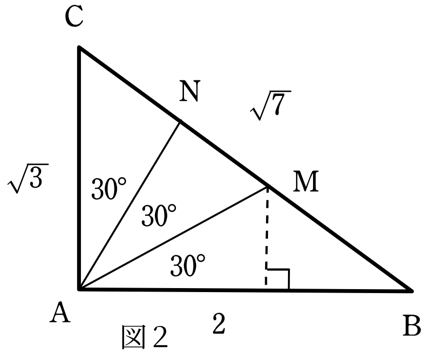

図２

＜解説＞

　アイ 90　ウエ 21　オ 7　カ 2　キ 7　ク 7

　図２のような図を描いて考えよう。

　$BC^2=7=AB^2+CA^2=2^2+(\sqrt{3})^2$だから，△ABCは直角三角形で，∠BAC＝90°

したがって，$\sin\angle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，$\cos\angle ABC=\dfrac{2}{\sqrt{7}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$

(1)　ケ 1　コ 2　サ 3　シ 2　ス 4　セ 3　ソ 5　タ 2　チ 7　ツ 5

　$AM\sin\angle MAB=BM\sin\angle ABC$だから，$\dfrac{1}{2}AM=\dfrac{\sqrt{21}}{7}BM$

　$AB=AM\cos\angle MAB+BM\cos\angle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}AM+\dfrac{2\sqrt{7}}{7}BM$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}AM+\frac{2\sqrt{7}}{7}\frac{7}{2\sqrt{21}}AM=\frac{\sqrt{3}}{2}AM+\frac{1}{\sqrt{3}}AM=\frac{5}{2\sqrt{3}}AM$$

したがって，$AM=\dfrac{4\sqrt{3}}{5}$，$BM=\dfrac{7}{2\sqrt{21}}AM=\dfrac{2\sqrt{7}}{5}$

(2)　テ 3　ト 5　ナ 3　ニ 4　ヌ 3　ネ 3　ノ 5　ハ 4　ヒ 3

　△AMNの面積＝$\dfrac{1}{2}AM\times AN\sin 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{5}AN$

　△ANCの面積＝$\dfrac{1}{2}AC\times AN\sin 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{4}AN$

　△AMCの面積＝$\dfrac{1}{2}AC\sin 60°\times AM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{4\sqrt{3}}{5}=\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$

　△AMCの面積＝△AMNの面積＋△ANCの面積　だから，

　$\dfrac{\sqrt{3}}{5}AN+\dfrac{\sqrt{3}}{4}AN=\dfrac{3\sqrt{3}}{5}$，$AN=\dfrac{4}{3}$

コメント：直角三角形の辺長や面積を三角関数を利用して解く問題である。先ずは，△ABCが直角三角形であることを見抜くことが必要である。できるだけ正確な図を描いて考えよう。基礎的な問題だから，着実に解けるようでありたい。

第４問（配点 25）

(1)　aを正の実数とする。$\frac{1}{4}a^2+a+1=\left(\frac{1}{\text{ア}}a+1\right)^2$であり，また

$$0<a+1<\frac{1}{4}a^2+a+1$$

であるので

$$\sqrt{a+1}<\frac{1}{\text{ア}}a+1 \qquad \cdots \quad ①$$

となる。

(2)　2次不等式$\left(\frac{12}{25}a+1\right)^2<a+1$を解くと，

$0<a<\frac{\text{イウ}}{\text{エオカ}}$となる。よって，$0<a<\frac{\text{イウ}}{\text{エオカ}}$のとき

$$\frac{12}{25}a+1<\sqrt{a+1} \qquad \cdots \quad ②$$

が成り立つ。

(3)　(1)と(2)の結果を用いて，$\sqrt{17}$のおよその値を求める。

$\frac{\sqrt{17}}{4}=\sqrt{\frac{1}{\text{キク}}+1}$である。$a=\frac{1}{\text{キク}}$を①に代入すると

$\frac{\sqrt{17}}{4}<\frac{\text{ケコ}}{\text{サシ}}$となり，②に代入すると$\frac{\text{スセソ}}{\text{タチツ}}<\frac{\sqrt{17}}{4}$となる。

したがって

$$\frac{m}{200}<\sqrt{17}<\frac{m+1}{200}$$

を満たす自然数mはテトナである。③より$\sqrt{17}$の小数第3位を四捨五入すると，4.ニヌとなる。

＜解説＞

(1)　ア 2

$$\frac{1}{4}a^2+a+1=\left(\frac{1}{2}a+1\right)^2$$

(2)　イウ 25　エオカ 144

$$\left(\frac{12}{25}a+1\right)^2-a-1=\frac{144}{625}a^2+\frac{24}{25}a+1-a-1=\frac{144}{625}a^2-\frac{1}{25}a=\frac{a}{25}\left(\frac{144}{25}a-1\right)<0$$

したがって，$0<a<\dfrac{25}{144}$

(3)　キク 16　ケコ 33　サシ 32　スセソ 103　タチツ 100　テトナ 824　ニヌ 12

$\dfrac{\sqrt{17}}{4}=\sqrt{\dfrac{1}{16}+1}$ である。$a=\dfrac{1}{16}$ を①に代入すると

$\dfrac{\sqrt{17}}{4}<\dfrac{33}{32}$ となり，②に代入すると $\dfrac{103}{100}<\dfrac{\sqrt{17}}{4}$ となる。

$$\frac{103}{25}<\sqrt{17}<\frac{33}{8} \text{だから，} \frac{824}{200}<\sqrt{17}<\frac{824+1}{200} \quad \cdots ③$$

となって，自然数mは824である。③より$\sqrt{17}$の小数第3位を四捨五入すると，4.12となる。

コメント：$\sqrt{17}$の近似値を求める流れを辿る問題。順序にそって計算してゆけば，解ける。

＜総評＞

第１問　[1]　絶対値の不等式による変数の範囲に関する問題。難易度C

　　　　[2]　2次方程式の解に関する問題。難易度C

第２問　２次関数の頂点，解，最大値，最小値，移動などの問題。難易度B

第３問　三角形の辺長や面積と三角関数に関わる図形の問題。難易度B

第４問　2次関数の不等式を利用して無理数の近似値を求める問題。誘導的な問題。難易度C

数学Ⅰ・数学A（全問必答）

第１問（配点　20）

[１]　数学Ⅰ第１問[１]に同じ

[２]　kを定数とする。自然数m，nに関する条件p，q，rを次のように定める。

p：$m>k$または$n>k$

q：$mn>k^2$

r：$mn>k$

(1)　次のクに当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つを選べ。

pの否定は$\overline{p}$はクである。

⓪　$m>k$または$n>k$

①　$m>k$かつ$n>k$

②　$m\leqq k$かつ$n\leqq k$

③　$m\leqq k$または$n\leqq k$

(2)　次のケ～サに当てはまるものを，下の下の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

（i）　$k=1$とする。

p はqであるためのケ。

（ii）　$k=2$とする。

p はrであるためのコ。

p はqであるためのサ。

⓪　必要十分条件である

①　必要条件であるが，十分条件ではない

②　十分条件であるが，必要条件ではない

③　必要条件でも十分条件でもない

＜解説＞

(1)　ク ②

⓪，①でないのは自明である。$\overline{p}$は$m>k$でも$n>k$でもない，ということだから，$m\leqq k$であり，$n\leqq k$でもある。

(2)　ケ ⓪　コ ②　サ ①

（i）　p：$m>1$または$n>1$であれば，q：$mn>1$である。mnが最小になるのは，例えば$m=2$，$n=1$だから，q：$mn>1$を満たす。

q：$mn>1$であれば，mとnのいずれかが1より大きい。すなわちp：$m>1$または$n>1$である。

したがって，p はqであるための必要十分条件である。

（ii）　p：$m>2$または$n>2$であれば，r：$mn>2$である。

r：$mn>2$であれば，mとnのいずれかが2より大きいとはいえない。$m=2$と$n=2$でrが成立する。

したがって，p はrであるための十分条件であるが必要条件ではない。

p：$m>2$または$n>2$であっても，q：$mn>4$であるとは限らない。例えば，$m=3$，$n=1$

q：$mn>4$であれば，mとnのいずれかが2より大きい。すなわちp：$m>2$または$n>2$である。

したがって，p はqであるための必要条件であるが十分条件ではない。

コメント：まずは，自然数を理解していなければならない。正の整数を自然数という。そして，否定，必要条件，十分条件を理解していなければならない。教科書をしっかり読み込むこと。命題式は単純だから，考察は容易であろう。論理を否定するには、具体的な反証をあげると良い。

第２問（配点　25）

数学Ⅰ第２問に同じ

第３問（配点　30）

△ABCにおいて，AB＝AC＝3，BC＝2であるとき

$$\cos\angle \mathrm{ABC}=\frac{\text{ア}}{\text{イ}},\quad \sin\angle \mathrm{ABC}=\frac{\text{ウ}\sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}$$

であり，△ABCの面積はカ$\sqrt{\text{キ}}$，△ABCの内接円Iの半径は$\dfrac{\sqrt{\text{ク}}}{\text{ケ}}$である。

また，円Iの中心から点Bまでの距離は$\dfrac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$である。

(1)　辺 AB上の点Pと辺BC上の点Qを，BP＝BQかつPQ＝$\dfrac{2}{3}$となるようにとる。このとき，△PBQの外接円Oの直径は$\dfrac{\sqrt{\text{シ}}}{\text{ス}}$であり，円Iと円Oはセ。ただし，セには次の⓪～④から当てはまるものを一つ選べ。

⓪　重なる（一致する）　①　内接する　②　外接する
③　異なる2点で交わる　④　共有点をもたない

(2)　円I上に点Eと点Fを，3点C，E，Fが一直線上にこの順に並び，かつCF＝$\sqrt{2}$となるようにとる。このとき

$$\mathrm{CE}=\frac{\sqrt{\text{ソ}}}{\text{タ}},\qquad \frac{EF}{CE}=\text{チ}$$

である。

さらに，円Iと辺BCとの接点をD，線分BEと線分DFとの交点をG，線分CGの延長と線分BFとの交点をMとする。このとき，$\dfrac{GM}{CG}=\dfrac{\text{ツ}}{\text{テ}}$である。

＜解説＞

ア１　イ３　ウ２　エ２　オ３　カ２　キ２　ク２　ケ２　コ６　サ２

図３を描いて考える。

$\cos\angle \mathrm{ABC}=\dfrac{1}{3}$，$\sin\angle \mathrm{ABC}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$であることは容易に分かる。

△ABCの面積は，$\dfrac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot \mathrm{AB}\sin\angle \mathrm{ABC}=2\sqrt{2}$，

△ABCの内接円Iの半径rは，$\dfrac{r}{2}(\mathrm{AB}+\mathrm{BC}+\mathrm{AC})=4r=$△ABCの面積だから，$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$である。

また，円Iの中心Iから点Bまでの距離は，$\mathrm{IB}^2=\mathrm{BD}^2+\mathrm{ID}^2=1+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$，

したがって，$\mathrm{IB}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$である。

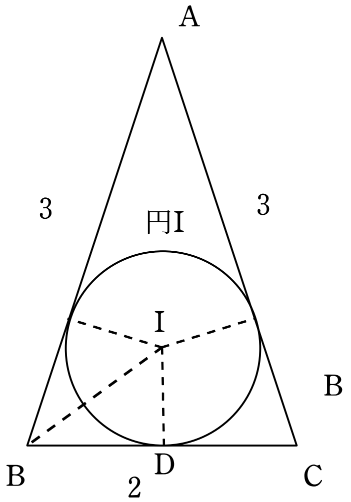

図３(1)

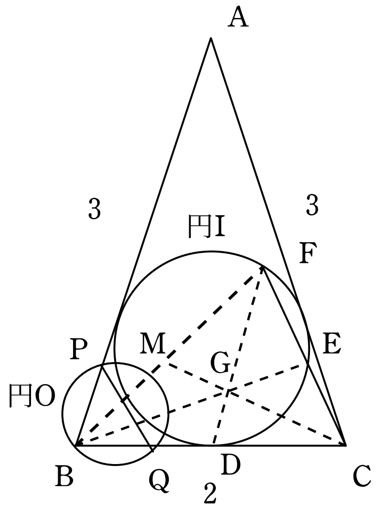

図３(2)

(1)　シ２　ス２　セ ③

　△BPQに正弦定理を適用すると，

　外接円の直径$=\dfrac{PQ}{\sin\angle ABC}=\dfrac{2}{3}\div\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

　円Iと円Oの関係は，⓪，①，④が該当しないのは明らかである。大雑把に図を描いても，②も当てはまらず，③であることが分かる。

(2)　ソ２　タ２　チ１　ツ１　テ２

　円Iに関する方べきの定理によって，$CE\cdot CF=\sqrt{2}\,CE=CD^2=1$，$CE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

　$EF=CF-CE=\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，したがって，$\dfrac{EF}{CE}=1$

　EはCFの中点，DはBCの中点だから，Gは重心で，MはBFの中点である。

　したがって，$\dfrac{GM}{CG}=\dfrac{1}{2}$である。

コメント：三角形と円に関する基本的性質に関する問題である。できるだけていねいに，図を描いて考えることが必要である。一見難しそうだが，すると答が見えてくる。正弦定理，方べきの定理，重心の性質などは覚えていなければならない。

第４問（配点 25）

　1から9までの数字が一つずつ書かれた9枚のカードから5枚のカードを同時に取り出す。このようなカードの取り出し方はアイウ通りある。

(1)　取り出した5枚のカードの中に5と書かれたカードがある取り出し方はエオ通りであり，5と書かれたカードがない取り出し方はカキ通りである。

(2)次のように得点を定める。

- 取り出した5枚のカードの中に5と書かれたカードがない場合は，得点を0点とする。
- 取り出した5枚のカードの中に5と書かれたカードがある場合，
  この5枚を書かれている数の小さい順に並べ，5と書かれたカードが小さい方からk番目にあるとき，得点をk点とする。

得点が0点になる確率は$\dfrac{ク}{ケ}$である。得点が1点となる確率は$\dfrac{コ}{サシス}$で，得点が2点となる確率は$\dfrac{セ}{ソタ}$，得点が3点となる確率は$\dfrac{チ}{ツ}$である。

また，得点の期待値は$\dfrac{テ}{ト}$点である。

＜解説＞

アイウ 126

1から9までの数字が一つずつ書かれた9 枚のカードから5 枚のカードを同時に取り出す場合の数は，異なる9 枚から5 枚を取り出す組み合わせの数だから，

$${}_9C_5=\frac{9!}{5!(9-5)!}=126 \text{ 通り}$$

(1)　エオ 70　カキ 56

5 枚の中に5のカードが含まれる場合の数は，5を除く8 枚から4 枚を取り出す場合の数だから，

$${}_8C_4=\frac{8!}{4!(8-4)!}=70 \text{ 通り}$$

5 枚のカードの中に5と書かれたカードがない場合の数は，5を除く8 枚から5 枚を取り出す場合の数だから，

$${}_8C_5=\frac{8!}{5!(8-5)!}=56 \text{ 通り}$$

両者合わせて，9 枚から5 枚取り出す場合の数である126 通りになっているのは当然である。

(2)　ク 4　ケ 9　コ 1　サシス 126　セ 8　ソタ 63　チ 2　ツ 7　テ 5　ト 3

得点が0点となる確率＝（5と書かれたカードがない場合の数）÷（5 枚を取り出す場合の数）

$$=\frac{56}{126}=\frac{4}{9}$$

得点が1点となるのは，5 が一番小さく，他の数が6，7，8，9の場合である。これは1通りしかないので，得点が1点となる確率は，$\dfrac{1}{126}$

得点が2点となる場合の数

＝（5より小さい数が一つの場合の数）×（5より大きい数が三つの場合の数）

＝（1，2，3，4から一つ取る場合の数）×（6，7，8，9から三つ取る場合の数）

$={}_4C_1\times{}_4C_3=4\times4=16$

したがって，得点が2点となる確率は，$\dfrac{16}{126}=\dfrac{8}{63}$

得点が3点となる場合の数

＝（5より小さい数が二つの場合の数）×（5より大きい数が二つの場合の数）

＝（1，2，3，4から二つ取る場合の数）×（6，7，8，9から二つつ取る場合の数）

$={}_4C_2\times{}_4C_2=6\times6=36$

したがって，得点が3点となる確率は，$\dfrac{36}{126}=\dfrac{2}{7}$

得点が4点となる確率は得点が2点となる確率と等しいので，$\dfrac{8}{63}$

得点が5点となる確率は1点となる確率と同じく1通りだから，$\dfrac{1}{126}$

したがって，得点の期待値は

$$\frac{1}{126}\times1+\frac{8}{63}\times2+\frac{2}{7}\times3+\frac{8}{63}\times4+\frac{1}{126}\times5=\frac{210}{126}=\frac{5}{3}$$

コメント：場合の数と確率の問題。(1)では，全体の取り出し方を，5を含む場合と含まない場合に分けることができる。(2)では，5がちょうど1から9までの整数の大きい順に真ん中の数字だから，得点が4点となる確率は得点が2点となる確率と等しい。確率の問題としては，例年に比較して容易である。

＜総評＞

全体の難易度は，第４問を除き同程度である。第４問の確率の問題は明らかに昨年より容易になっている。

第１問　[1] 絶対値の不等式による変数の範囲に関する問題，数学Ｉの第１問 [1]に同じ。難易度C

[2] 自然数の命題に関わる論理の問題。難易度B

第２問　数学Ｉの第２問に同じ。２次関数の頂点，解，最大値，最小値，移動などの問題。難易度Ｂ

第３問　三角形と内接円，外接円に関する図形の問題。難易度B

第４問　組み合わせによる場合の数と確率の問題。難易度B

120125