平成26年度（2014年度）センター試験　数学Ⅰ　数学Ⅰ・数学A　解説

数学　①　[数学Ⅰ　数学Ⅰ・A]　（100点，60分）

数　学　Ⅰ（全問必答）

第１問（配点　25）

＜解答＞

[１]

(1) ア２　イ２　ウエ −1　オ６　カ８　キ３　ク６

(2) ケコ 16　サ４　シス 16　セ８　ソ４

[２]

(1) タ ③　チ１　ツ３，　(2) テ ⓪　ト１　ナ２，　(3) ニヌ −1　ネ ③　ノ ①　ハ６

(4) ヒ ③　フヘ −3　ホ７

＜解説＞

[１]

$a=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}$，$b=\dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$

(1)

$ab=\text{ア}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}\times\dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{1-(\sqrt{3})^2}{1-(\sqrt{2})^2}=\dfrac{-2}{-1}=2$

$a+b=\text{イ}(\text{ウエ}+\sqrt{\text{オ}})=\dfrac{1+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$

$=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}\times\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}\{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{2})+(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{2})\}$

$=-\{(1+\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{6})+(1-\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{6})\}=2(-1+\sqrt{6})$

$a^2+b^2=\text{カ}(\text{キ}-\sqrt{\text{ク}})=(a+b)^2-2ab=4(-1+\sqrt{6})^2-4=8(3-\sqrt{6})$

(2)

$a^2+b^2+4(a+b)=8(3-\sqrt{6})+4\times 2(-1+\sqrt{6})=16$

$ab=2$だから，$b=\dfrac{2}{a}$，したがって$a^2+b^2+4(a+b)=a^2+\left(\dfrac{2}{a}\right)^2+4a+\dfrac{8}{a}=16$だから，

$a^4+\text{サ}a^3-\text{シス}a^2+\text{セ}a+\text{ソ}=a^4+4a^3-16a^2+8a+4=0$

[２]

aを定数とし，連立不等式

$x-6a\geqq -1$　①

$|x+a-1|<5$　②

(1)

$x=1$のとき①は $1-6a \leqq -1$だから，①を満たすaの値の範囲は，$a\boxed{タ}\dfrac{\boxed{ツ}}{\boxed{チ}}$，すなわち$a\leqq\dfrac{1}{3}$である。

(2)

$x=2$のとき①は $2-6a \leqq -1$だから，①を満たすaの値の範囲は，$a\leqq\dfrac{1}{2}$，したがって，①を満たさないaの値の範囲は，$a\boxed{テ}\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}$，すなわち$a>\dfrac{1}{2}$

(3)

$a=0$のとき，①は$x\geqq-1$　③

②は$|x-1|<5$だから，$-5<x-1<5$，したがって$-4<x<6$　④

したがって③，④から，連立不等式①，②の解は，$\boxed{ニヌ}\boxed{ネ}x\boxed{ノ}\boxed{ハ}$，すなわち$-1\leqq x<6$である。

(4)

不等式②は，$-5<x+a-1<5$だから，$-4-a<x<6-a$　⑤

不等式①は，$6a-1\leqq x$　⑥

$6a-1\leqq-4-a$，したがってaの値の範囲が$a\boxed{ヒ}\dfrac{\boxed{フヘ}}{\boxed{ホ}}$，すなわち$a\leqq-\dfrac{3}{7}$のとき，⑤，⑥を満たす解は，$-4-a<x<6-a$となって，⑤と一致する。

$-4-a<6a-1$のとき，⑤，⑥を満たす解は，$6a-1\leqq x<6-a$となって，⑤とは一致しない。

コメント：[2] (4)では，⑤，⑥のような式を導いて，aの範囲を求める。

第２問（配点 25）

＜解答＞

ア －　イ 2　ウ 6　エオ 36

(1) カ 3　キク −1　ケ 4　コ 8

(2) サシ −3　ス ③　セ ③　ソ 6　タ 1　チツテ −39　ト 6　ナニ 36　ヌネ −3　ノ ③　ハ ①
ヒフ −7　ヘ 3

＜解説＞

$y=x^2+2ax+3a^2-6a-36=(x+a)^2+2a^2-6a-36$　①

したがって，①のグラフGの頂点の座標は$(アa,\ イa^2-ウa-エオ)=(-a,\ 2a^2-6a-36)$

また，①で$x=0$とおくと，$y=p=3a^2-6a-36$

(1)

$p=3a^2-6a-36=-27$とすれば，$a^2-2a-3=(a-3)(a+1)=0$となって，$a=カ=3$，キク$=-1$

$a=3$のとき，頂点の座標は$(-3,\ -36)$，$a=-1$のとき，頂点の座標は$(1,\ -28)$

したがって図１のように，$a=3$のときの ①のグラフをx 軸方向にケ$=4$，y 軸方向にコ$=8$ だけ平行移動すると，$a=$キク$=-1$のときの ①のグラフに一致する。

(2)

Gがx 軸と共有点を持つということは，頂点のy 座標が0以下の領域にあることである。

したがって，$2a^2-6a-36\leqq0$，$a^2-3a-18=(a-6)(a+3)\leqq0$

したがってGがx軸と共有点を持つようなaの範囲を表す不等式は，$\boxed{\text{サシ}}\boxed{\text{ス}}\,a\,\boxed{\text{セ}}\boxed{\text{ソ}}$

すなわち，$-3 \leqq a \leqq 6$　②

$p=3a^2-6a-36=3(a-1)^2-39$ だから，a が②の範囲にあるとき，p は$a=\boxed{\text{タ}}=1$で最小値$\boxed{\text{チツテ}}=-39$ をとり，$a=\boxed{\text{ト}}=6$で最大値 $\boxed{\text{ナニ}}=36$ をとる。

共有点のx座標が-1よりも大きいためには,

頂点のx座標が-1よりも大きい，すなわち$-1<-a$，$a<1$　③

$x=-1$におけるyが0よりも大きい,

すなわち，$1-2a+3a^2-6a-36=3a^2-8a-35=(3a+7)(a-5)>0$,

したがって，$a>5$，$a<-\dfrac{7}{3}$　④

②，③，④から，すべての共有点のx座標が-1より大きくなるようなaの値の範囲を表す不等式は

$\boxed{\text{ヌネ}}\boxed{\text{ノ}}\,a\,\boxed{\text{ハ}}\dfrac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$，すなわち，$-3 \leqq a < -\dfrac{7}{3}$

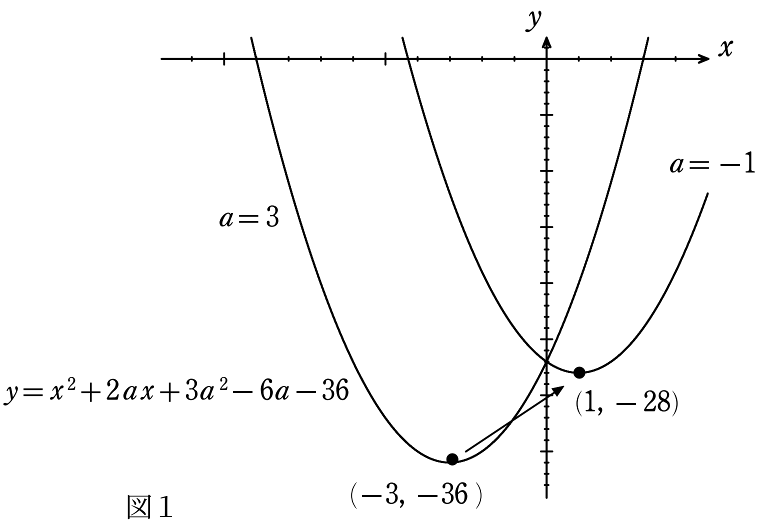


図1

コメント：2 次関数のグラフと2 次方程式の解に関する問題。頂点の座標の求め方は習熟している必要がある。2 次関数の因数分解も習熟しておくこと。(1)で移動によるグラフの一致を問う。ここでは，頂点の座標が一致することを考えれば良い。

(2)でGがx軸と共有点をもつ，ということはGの頂点が$y \leqq 0$の領域にあることに気づくこと。共有点のx座標が-1より大きいということを，数学的に表現しなければならない。それは,

① 頂点のx座標が-1より大きい

② $x=-1$におけるyが正である

の２つになる。

第3問（配点　30）

<解答>

ア 4　イウ 15　エ 4　オ 8　カキ 15　クケ 15　コ 1　サ 2　シ 4　ス 2　セソ 10

タ5　チ2　ツ4　テト10　ナ5　ニ4　ヌネ15　ノ5

＜解説＞

余弦定理により，$(\mathrm{CA})^2=(\mathrm{AB})^2+(\mathrm{BC})^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}(\cos\angle ABC)=16+4-4=16$，$\therefore$ CA＝ア＝4
AB＝CA＝4だから，△ABCは2等辺三角形である。

$(\sin\angle ABC)^2=1-(\cos\angle ABC)^2=\frac{15}{16}$，$\therefore \sin\angle ABC=\frac{\sqrt{イウ}}{エ}=\frac{\sqrt{15}}{4}$

正弦定理により外接円の半径Rは，$2R=\frac{AC}{\sin\angle ABC}=\frac{16}{\sqrt{15}}$，$\therefore R=\frac{8}{\sqrt{15}}=\frac{オ\sqrt{カキ}}{クケ}=\frac{8\sqrt{15}}{15}$

円周角は等しいので，$\angle\mathrm{CAE}=\angle\mathrm{CBD}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{ACB}=\frac{コ}{サ}\angle\mathrm{ACB}$，

$\therefore\angle\mathrm{CEA}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{ACB}=\angle\mathrm{CAE}$，したがって△ACEは2等辺三角形

$\therefore$ CE＝CA＝$\boxed{シ}$＝4，$\therefore$ BE＝BC＋CE＝6

余弦定理により，$(\mathrm{AE})^2=(\mathrm{AB})^2+(\mathrm{BE})^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BE}(\cos\angle ABE)=16+36-12=40$
したがってAE＝ス$\sqrt{セソ}=2\sqrt{10}$

△ACEと△ADCは相似な2等辺三角形だから，△ACEの面積は△ADCの面積の
$\left(\frac{AE}{AC}\right)^2=\frac{40}{16}=\frac{5}{2}$倍

また，AD:AC＝AC:AEだから，$\mathrm{AD}=\frac{(AC)^2}{AE}=\frac{16}{2\sqrt{10}}=\frac{ツ\sqrt{テト}}{ナ}=\frac{4\sqrt{10}}{5}$

したがって，△ADCの面積$=\frac{2}{5}\times$(△ACEの面積)$=\frac{2}{5}\times\frac{CE}{BC}\times$(△ABCの面積)

$=\frac{2}{5}\times\frac{4}{2}\times\sqrt{15}=\frac{ニ\sqrt{ヌネ}}{ノ}=\frac{4\sqrt{15}}{5}$

ただし，△ABCの面積は$\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}(\sin\angle ABC)=\frac{1}{2}\times4\times2\times\frac{\sqrt{15}}{4}=\sqrt{15}$

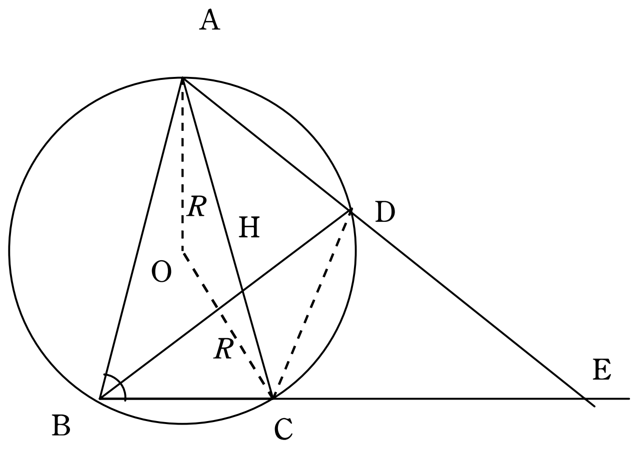


図2

コメント：ざっくりとした図を描いて，問題のポイントを理解しよう。その上で，もう少していねいに図を描いて，問題を正確に理解しよう。限られた時間の中で，解答するので，焦ったりするかも

知れない。しかし決して難しい問題ではない。
三角関数，正弦定理，余弦定理，三角形の面積の公式，などを基礎とする図形の問題である。教科書をしっかり理解しておきたい。

第４問（配点 20）

<解答>

アイ -3　ウ 1　エ 5　オカ 12　キク -4　ケコ -3　サ 2　シ 0　ス 2　セ 6

<解説>

$2|x^2+2x-3|-3|x-1|>2x+3$　①

を満たすxの値の範囲を求める。

2 次方程式 $x^2+2x-3=(x+3)(x-1)=0$の解は，$x=$アイ$=-3$，ウ$=1$であるから，

調べるxの値の範囲を

$x<$アイ$=-3$，アイ$=-3\leqq x\leqq 1=$ウ，ウ$=1<x$

の三つの場合に分ける。

- $x<$アイ$=-3$ の場合

  $x^2+2x-3>0$だから，$|x^2+2x-3|=x^2+2x-3$とし，$x-1<0$だから$|x-1|=1-x$とし，

  絶対値記号をはずして整理すると，不等式①は

  $2x^2+$エ$x-$オカ$=2x^2+5x-12=(2x-3)(x+4)>0$となるから，$x<$キク$=-4$

- アイ$=-3\leqq x\leqq$ウ$=1$ の場合

  $x^2+2x-3\leqq 0$だから，$|x^2+2x-3|=-x^2-2x+3$とし，$x-1\leqq 0$だから$|x-1|=1-x$とし，

  ①は，$2x^2+3x<0$となるから，$\dfrac{\text{ケコ}}{\text{サ}}=-\dfrac{3}{2}<x<$シ$=0$である。

- ウ$=1<x$ の場合

  ①は，$2x^2-x-6=(2x+3)(x-2)>0$となるから，ス$=2<x$である。

以上の場合を合せて考えると，不等式①を満たさない整数x の個数はセ個すなわち6個である。

コメント：2次関数の不等式の問題。2次関数の因数分解をスムーズにできることがポイントだ。とはいえ，難しい因数分解ではない。絶対値記号をはずすことも習熟していなければならない。

整数の個数を正確に数えるためには，図３のような図を描くことが有効だ。

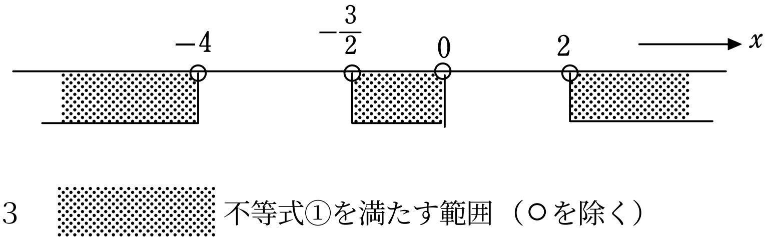
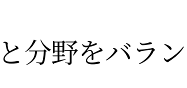


図３　 不等式①を満たす範囲（○を除く）

<総評>

例年のように，難易と分野をバランス良く配して，程よく得点がばらつくように問題が構成されて

いる。

第１問　[1]　２つの無理数の分数どうしの加算乗算の問題の問題。難易度はC。

[2]　一次関数の不等式の問題。連立不等式の取り扱いに一工夫が必要だ。難易度C。

第２問　係数にパラメータをもつ2次関数のグラフ，頂点の座標，x軸との共有点（x座標が解）などのパラメータとの関係を考える問題。因数分解など式の変形に習熟している必要がある。難易度はB。

第３問　三角形とその外接円に関わる図形の問題。三角関数，円周角と中心角，余弦定理など図形の基本的な知識と取扱いに習熟すること。難易度はB。

第４問　絶対値を含んだ2次関数の不等式の問題。絶対値記号のはずし方は習熟していること。難易度はB。

数学Ⅰ・数学A（全問必答）

第１問（配点　20）

<解答>

[１]　数学Ⅰ第１問[１]に同じ

(1) ア２　イ２　ウエ −1　オ６　カ８　キ３　ク６

(2) ケコ 16　サ４　シス 16　セ８　ソ４

[２]　タチ 10　ツとテ ⓪と④または④と⓪　トとナ ①と④または④と①

<解説>

[１]　数学Ⅰ第１問[１]に同じ

[２]

集合 $U=\{\, n \mid n$ は$5 < \sqrt{n} < 6$を満たす自然数$\}$

またUの部分集合P，Q，R，Sは

$P=\{\, n \mid n \in U$ かつ n は4の倍数$\}$

$Q=\{\, n \mid n \in U$ かつ n は5の倍数$\}$

$R=\{\, n \mid n \in U$ かつ n は6の倍数$\}$

$S=\{\, n \mid n \in U$ かつ n は7の倍数$\}$

(1)

$25 < n < 36$だから，Uの要素の個数はタチ個，すなわち$(36-25)-1=10$個である。

(2)

⓪　$P\cap R$，Uの要素には4と6の公倍数は含まれていない。したがって，$P\cap R$は空集合である。

①　$P\cap S$，28はUの要素であり，4と7の公倍数である。したがって，$P\cap S$は空集合ではない。

②　$Q\cap R$，30はUの要素であり，5と6の公倍数である。したがって，$Q\cap R$は空集合ではない。

③　$P\cap \overline{Q}$，明らかに空集合ではない。

全体集合Uの部分集合Qの補集合$\overline{Q}$とは，$\overline{Q}=\{\, n \mid n \in U$ かつ n は5の倍数ではない$\}$

④　$R\cap \overline{Q}$，Rの要素は30のみだが，30は5の倍数だから$\overline{Q}$の要素ではない。$R\cap \overline{Q}$は空集合である。

以上によって，空集合であるものは，ツ，テ，すなわち ⓪，④である。

(3)

⓪　$P \cup R \subset \overline{Q}$

成立しない。30は$P \cup R$の要素だが，$\overline{Q}$の要素ではない。

①　$S \cap \overline{Q} \subset P$

成立する。$S \cap \overline{Q}$の要素は28のみだが，4の倍数だから，Pの要素である。

②　$\overline{Q} \cap \overline{S} \subset \overline{P}$

成立しない。32は$\overline{Q} \cap \overline{S}$の要素だが，4の倍数だから，$\overline{P}$の要素ではない。

③　$\overline{P} \cup \overline{Q} \subset \overline{S}$

成立しない。7の倍数である28は$\overline{P} \cup \overline{Q}$の要素だが，$\overline{S}$の要素ではない。

④　$\overline{R} \cap \overline{S} \subset \overline{Q}$

成立する。5の倍数である30と35以外は$\overline{R}$の要素である。30と35は$\overline{R} \cap \overline{S}$の要素ではない。

以上によって，部分集合の関係について成り立つものはト，ナ，すなわち ①，④である。

コメント：集合と論理の問題。集合$U=\{\, n \mid n$ は$5 < \sqrt{n} < 6$を満たす自然数$\}$

$\therefore 25 < n < 36$だから，Uの要素は　$\{26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35\}$であるとして，

具体的に考えていく方が紛れが少なくて，早い。例えば，

$P \cap R$の要素は4の倍数かつ6の倍数だから，Uの要素にはないことがわかる。

$P \cap S$の要素は4の倍数かつ7の倍数だから，28がUの要素に含まれている。

第２問（配点　25）

数学Ｉ第２問に同じ

第３問（配点　30）

＜解答＞

ア４　イ７　ウ８　エオ15　カ８　キ８　クケ15　コサ15

(1) シ８　ス３　セ２　ソタ10　チ３　ツ２　テト10　ナ５

(2) ニ５　ヌ８

(3) ネ ④

＜解説＞

数学Ｉの第３問と同じ問題設定であるが，少し異なる設問となっている。

余弦定理により，$(\mathrm{CA})^2=(\mathrm{AB})^2+(\mathrm{BC})^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}(\cos\angle ABC)=16+4-4=16$，$\therefore$ CA＝ア＝4

AB＝CA＝4だから，△ABCは2 等辺三角形である。

余弦定理により，$\cos\angle BAC=\dfrac{(AB)^2+(AC)^2-(BC)^2}{2AB\cdot AC}=\dfrac{\text{イ}}{\text{ウ}}=\dfrac{7}{8}$

$(\sin\angle BAC)^2=1-(\cos\angle BAC)^2=\dfrac{15}{64}$，$\therefore \sin\angle BAC=\dfrac{\sqrt{\text{エオ}}}{\text{カ}}=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$

正弦定理により外接円の半径Rについて，$2R=\dfrac{BC}{\sin\angle BAC}=\dfrac{2\times 8}{\sqrt{15}}=\dfrac{16\sqrt{15}}{15}$

$\therefore R=\dfrac{キ\sqrt{クケ}}{コサ}=\dfrac{8\sqrt{15}}{15}$

(1)

△ABEに正弦定理を適用すると，$\dfrac{AE}{\sin\angle ABE}=\dfrac{AB}{\sin\angle AEB}=\dfrac{BE}{\sin\angle BAE}$

∠BAE＝∠BAD＋∠DAE＝$\alpha+\alpha=2\alpha$，∠ABE＝∠EBC＝βとおく。

$\sin\angle ABE=\sin\beta=\sqrt{\dfrac{1-\cos 2\beta}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$，$\cos\beta=\sqrt{1-\sin^2\beta}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

∠AEB＝$\pi-$∠BAE$-$∠ABE＝$\pi-2\alpha-\beta$

$\sin\angle AEB=\sin(\pi-2\alpha-\beta)=\sin(2\alpha+\beta)=\sin 2\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos 2\alpha$

$\qquad=\dfrac{\sqrt{15}}{8}\times\dfrac{\sqrt{10}}{4}+\dfrac{\sqrt{6}}{4}\times\dfrac{7}{8}=\dfrac{3\sqrt{6}}{8}$

AE＝$\dfrac{AB}{\sin\angle AEB}\times\sin\angle ABE=4\times\dfrac{8}{3\sqrt{6}}\times\dfrac{\sqrt{6}}{4}=\dfrac{シ}{ス}=\dfrac{8}{3}$

BE＝$\dfrac{AB}{\sin\angle AEB}\times\sin\angle BAE=4\times\dfrac{8}{3\sqrt{6}}\times\dfrac{\sqrt{15}}{8}=\dfrac{セ\sqrt{ソタ}}{チ}=\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$

△ABDに正弦定理を適用すると，$\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}=\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}$

$\therefore$BD＝$\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}\times\sin\angle BAD=\dfrac{AB}{\sin(\pi-\alpha-\beta)}\times\sin\alpha=\dfrac{AB}{\sin(\alpha+\beta)}\times\sin\alpha$

しかるに$\sin\alpha=\dfrac{1}{4}$，$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{\sqrt{10}}{4}+\dfrac{\sqrt{6}}{4}\times\dfrac{\sqrt{15}}{4}=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$

$\therefore$BD＝$4\times\dfrac{4}{\sqrt{10}}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{ツ\sqrt{テト}}{ナ}=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

(2)

△EBCと△EAFは内角がすべて等しいので，相似である。

したがって，△EBCの面積＝$\left(\dfrac{BE}{AE}\right)^2$×△EAFの面積

すなわち，△EBCの面積は△EAFの面積の

$\left(\dfrac{BE}{AE}\right)^2=\left(\dfrac{2\sqrt{10}}{3}\right)^2\left(\dfrac{3}{8}\right)^2=\dfrac{ニ}{ヌ}=\dfrac{5}{8}$倍である。

(3)

図1からわかるように，円周角は等しいので

∠CAF＝∠ACF＝β，∴FA＝FC

また∠DAF＝∠ADF＝$\alpha+\beta$，∴FA＝FD

したがって，FA＝FC＝FD

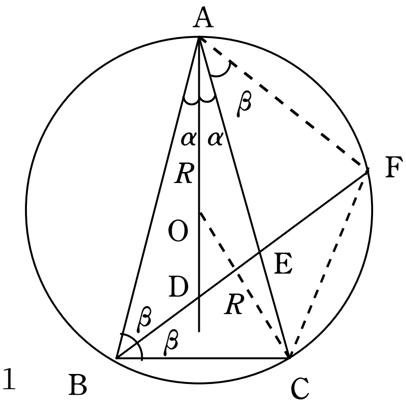


図1

コメント：三角関数，正弦定理，余弦定理，三角関数の加法定理などを的確に使いこなすことを必要とする図形の問題。数学Ⅰとほぼ同じ問題設定である。図を描いて，設問と図形の対応関係を的確に捉えること。計算がやや煩瑣なので，時間の制約の中で，焦ってミスすることのないように。

第４問（配点 25）

＜解答＞

(1)　ア 6

(2)　イ 6

(3)　ウエ 36　オ1　カキクケ 1296

(4)　コ 6　サシ 30　ス 2　セソ 90　タチツ 156

＜解説＞

1の矢印の向きの移動を$\vec{1}$のように表す。

(1)

$\vec{3}$と$\vec{4}$をそれぞれ２回組み合わせることにより，交差点AからＢへ移動する。２つの$\vec{3}$と$\vec{4}$の並べ方の数を求める。これは２つの$\vec{3}$を４つの席のどれか２つに配置する場合の数である。残り２つの席は$\vec{4}$に決まる。２つの$\vec{3}$を４つの席のどれか２つに配置する場合の数は，４つの席から２つの席を選ぶ組合せの数，すなわち，ア$={}_4C_2=6$通り。

図２　$\vec{3}$　$\vec{4}$　$\vec{4}$　$\vec{3}$　　○は数字を配置する席

(2)

交差点AからCへ３回の移動で到達するには，$\vec{3}$，$\vec{4}$，$\vec{5}$の移動がそれぞれ１回必要である。
$\vec{3}$，$\vec{4}$，$\vec{5}$の並べ方は，イ$=3!=6$通りである。

(3)

交差点Aから３回の移動でCにいる仕方は(2)のように６通り。同じく交差点Cから３回の移動で交差点Dにいる仕方は６通り。したがって，交差点Aを出発して３回の移動で交差点Cを通過し，さらに３回の移動で交差点D にいる移動の仕方はウエ$=6\times6=36$通り。

６回の移動における移動街路の仕方の数は，通過する交差点の数が6で，その交差点から出る街路数が6だから，$6\times6\times6\times6\times6\times6=6^6$通り。

したがって，交差点Aを出発して３回の移動で交差点Cを通過し，さらに３回の移動で交差点D にいる移動の確率は，$\dfrac{\text{オ}}{\text{カキクケ}}=\dfrac{36}{6^6}=\dfrac{1}{1296}$である。

(4)

交差点Aを出発し，６回移動して交差点D にいる移動の仕方について考える。AからDに真っ直ぐに至る街路の交差点を直下の交差点と呼び，P_1，$P_2=C$，P_3，Dとする。

① 1の矢印の向きの移動を含むもの

$\vec{4}$を４回することでAからDに真っ直ぐに移動する。$\vec{1}$を１回すると，$\vec{4}$によって元へ戻らないと，６回ではDにいることができない。Aを含めAから直下の６つの交差点で$\vec{1}$を１回と$\vec{4}$を５回することで，６回の移動でDにいることができる。すなわち，$\vec{4}$，$\vec{4}$，$\vec{4}$，$\vec{4}$，$\vec{1}$，$\vec{4}$のような移動である。

$\vec{1}$を１回と$\vec{4}$を５回の並べる仕方は，${}_6C_1=6$通り。すなわち$\vec{1}$の移動を含むものはコ$=6$通りある。

② 2の矢印の向きの移動を含むもの

$\vec{2}$ を１回すると$\vec{5}$ によって，直下の交差点に移動しないと，６回の移動でDにいることはできない。このような移動は，$\vec{4}$，$\vec{2}$，$\vec{4}$，$\vec{4}$，$\vec{5}$，$\vec{4}$ のような移動である。これは６個の席のうち４個の席に$\vec{4}$ を置く仕方だから，${}_6C_4=15$ 通り。

一方，$\vec{5}$ を先にしてから$\vec{2}$ をする，$\vec{4}$，$\vec{5}$，$\vec{4}$，$\vec{4}$，$\vec{2}$，$\vec{4}$ のような移動の仕方もある。これも同様に，${}_6C_4=15$通り。したがって，$\vec{2}$を含むものは，サシ＝15＋15＝30通りある。

以上のことを，もう少し具体的に見ると，Aで$\vec{2}$ をすると，$\vec{5}$ によってA，P_1，P_2＝C，P_3，Dへ移動する5 通りがある。P_1で2 の移動すると4 通り，P_2＝Cでは3 通り，P_3で2 通り，Dで1 通り。したがって，5+4+3+2+1＝15 通り$\vec{2}$ を含むものがある。

さらにA，Dを含む直下の交差点で$\vec{5}$ をした場合，$\vec{2}$ によって直下の交差点に戻れば，6 回の移動によってDに移動できる。このような$\vec{5}$ と$\vec{2}$ の組合せの数は，上記と同様に15通り。したがって，2 の矢印の向きの移動を含むものは，15＋15＝30通りである。

③ 6 の矢印の向きの移動を含むもの

$\vec{6}$ の移動を含むものは，$\vec{2}$ の場合と同じだから，サシ＝30通り。

④ 上記３つ以外の場合

上記では$\vec{4}$ の移動は４回である。

一方，$\vec{3}$ の移動１回と$\vec{5}$ の移動１回によって，$\vec{4}$ の移動１回となる。したがって，$\vec{3}$ の移動２回と$\vec{5}$の移動２回と$\vec{4}$ の移動２回の合わせて６回の移動によって，Dにいることができる。すなわち上記３つ以外の場合，$\vec{4}$ の移動はス＝2 回だけに決まる。

$\vec{4}$の移動２回を含んでDにいる移動の仕方は，$\vec{3}$，$\vec{4}$，$\vec{5}$，$\vec{4}$，$\vec{3}$，$\vec{5}$のように$\vec{3}$ を２つ，$\vec{5}$ を２つ含むものである。このような並べ方は，例えば，２つの$\vec{3}$ を6個の席のいずれかに置き，２つの$\vec{5}$ を残る4個の席のいずれかに置くような並べ方だから，その仕方の数はセソ＝${}_6C_2\times{}_4C_2=15\times6=90$通りある。

⑤ 交差点Aを出発し，６回移動して交差点Dにいる移動の仕方

①から④までを加えて，タチツ＝コ＋サシ＋サシ＋セソ＝6+30+30+90＝156通りある。

コメント：確率の問題は，その問題に即した気づきや着想が必要だから，センター試験のような短い時間での解答が必要な場合，難しい問題となる場合が多い。この問題もそうである。

⑴は容易だが，$\vec{3}$ が２回と$\vec{4}$ が２回の組合せであることに迅速に気づく必要がある。

⑵は容易だが，$\vec{3}$，$\vec{4}$，$\vec{5}$ の組合せが必要だと気づく必要がある。

⑶のウエは容易だろう。確率は少々頭をひねる。６回の移動ということは，６個の交差点でサイコロを振って，６個の街路の１つを選択する。ということは，AからDに至る１つの６回移動の確率は6^6分の1である。

⑷コでは，問題図を見ながら，$\vec{1}$を含む移動の仕方を理解する。

サシでは$\vec{2}$を含む場合，６回の移動でAからDに至るためには，$\vec{5}$を含む必要があることに気づく。その上で，$\vec{4}$，$\vec{2}$，$\vec{4}$，$\vec{4}$，$\vec{5}$，$\vec{4}$ のような，$\vec{4}$ が４つ，$\vec{2}$ が１つ，$\vec{5}$ が１つの並べ方の問題であることに気づく。

$\vec{6}$ を含む場合，$\vec{2}$を含む場合と同様である。$\vec{3}$ を含まなければならない。

セソでは，A からD へは$\vec{4}$ が４回で到達する。$\vec{3}$ ，$\vec{5}$が$\vec{4}$ に相当する。したがって$\vec{3}$ ，$\vec{5}$を２回，$\vec{4}$ を２回，合わせて６回の移動となることなどと考える。

＜総評＞

問題の構成や数学Ⅰの問題との共通性は昨年と同様。

第１問　[1] 数学Ⅰの第１問 [1]に同じ。

[2] 整数の集合とその部分集合に関する命題の論理の問題。紛れの少ない基本的な問題であるから，迅速に解答できるようでありたい。難易度Ｂ－。

第２問　数学Ⅰの第２問に同じ。

第３問　三角関数の正弦定理，余弦定理を活用する図形の問題。数学Ⅰの第３問と類似。難易度Ｂ。

第４問　交差点で6方向に別れる街路をサイコロによって選択して移動する仕方の数と確率の問題。独特の気づきや着想を必要とし，昨年の確率の問題よりやや難しい感じがする。難易度Ｂ＋。

140410