平成28年度（2016年度）センター試験　数学Ⅰ　数学Ⅰ･数学A　解説

数学　①　[数学Ⅰ　数学Ⅰ･数学A]　（いずれか選択　100点，60分）

数　学　Ⅰ（全問必答）

第１問（配点　25）

＜解答＞

［１］ ア３　イ１

(1)　ウ２　エ１　オ－　カ２

(2)　キ１　ク４　ケ２　コ５

(3)　サ３　シ２　ス５　セ３

［２］

(1)　ソ ③　タ ⓪　チ ⑤　ツ ④

(2)　テ ①　ト ③

＜解説＞

［１］

$f(x)=(1+2a)(1-x)+(2-a)x=(-1-2a+2-a)x+2a+1=(-3a+1)x+2a+1$

$=(-\boxed{ア}\,a+\boxed{イ}\,)x+2a+1$

(1) $0 \leqq x \leqq 1$における$f(x)$の最小値は

$a \leqq \dfrac{1}{3}$のとき，$f(x)$の傾きは正だから，最小値は$f(0)=2a+1=\boxed{ウ}\,a+\boxed{エ}$

$a > \dfrac{1}{3}$のとき，$f(x)$の傾きは負だから，最小値は$f(1)=-a+2=\boxed{オ}\,a+\boxed{カ}$

(2) $0 \leqq x \leqq 1$において，常に $f(x) \geqq \dfrac{2(a+2)}{3}$ となる a の値の範囲は,

$a \leqq \dfrac{1}{3}$のとき，$2a+1 \geqq \dfrac{2(a+2)}{3}$だから，$\dfrac{1}{4} \leqq a \leqq \dfrac{1}{3}$

$a > \dfrac{1}{3}$のとき，$-a+2 \geqq \dfrac{2(a+2)}{3}$だから，$\dfrac{1}{3} < a \leqq \dfrac{2}{5}$

したがって，$\dfrac{キ}{ク}=\dfrac{1}{4} \leqq a \leqq \dfrac{2}{5}=\dfrac{ケ}{コ}$

(3)

$\dfrac{1}{4} \leqq a \leqq \dfrac{1}{3}$のとき，$g(a)=2a+1$，最小値は$g\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{3}{2}$，最大値は$g\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{5}{3}$

$\dfrac{1}{3} < a \leqq \dfrac{2}{5}$のとき，$g(a)=-a+2$，最大値は$g\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{5}{3}$，最小値は$g\left(\dfrac{2}{5}\right)=\dfrac{8}{5}$

したがって，$\dfrac{1}{4} \leqq a \leqq \dfrac{2}{5}$のとき，$g(a)$の最小値は $\dfrac{サ}{シ}=\dfrac{3}{2}$ であり，最大値は $\dfrac{ス}{セ}=\dfrac{5}{3}$

[2]

(1)

A を有理数全体の集合，B を無理数全体の集合

(i) { 0 } は要素 "0" の集合。0 は有理数だから，$A \supset \{0\}$，∴ $\boxed{ソ}$ = ③

(ii) $\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ は無理数。したがって$\sqrt{28}$ はB の要素だから，$\sqrt{28}\in B$，∴ $\boxed{タ}$ = ⓪

(iii) $A \supset \{0\}$ だから，$A=\{0\}\cup A$，∴ $\boxed{チ}$ = ⑤

(iv) A とB に共通する要素は存在しないから，$\phi=A\cap B$，∴ $\boxed{ツ}$ = ④

(2)

実数 x に対する条件 p，q，r

p：x は無理数

q：$x+\sqrt{28}$ は有理数

r：$\sqrt{28}\,x$ は有理数

$x+\sqrt{28}=x+2\sqrt{7}$，したがって$x+\sqrt{28}$が有理数であるには$x=a-2\sqrt{7}$，aは有理数

したがってqであればpである。しかしp が成立してもq が成立するとは限らないのは明らか。

したがってp はqであるための必要条件であるが，十分条件ではない。

$\sqrt{28}\,x=2\sqrt{7}\,x$ が有理数であるためには，$x=a\sqrt{7}$。$a=0$または$a=a'\sqrt{7}$ なる無理数，

a'は有理数，したがってx は無理数とは限らない。x が無理数であっても$\sqrt{28}\,x$ は有理数とは限らない。

したがってp はrであるための必要条件でも十分条件でもない。

コメント：

[1]は係数にパラメータを含む1次式の最大値，最小値に関する問題。

[2]は集合と命題の問題。(1)では∈，∋，⊂，⊃，∩，∪の記号の意味を的確に理解しておくこと。

第２問（配点 25）

＜解答＞

(1)　アイウ −20　エオ −4　カ 0　キ 5

(2)　ク 4　ケコ 20　サ 5　シス 25　セ 2　ソタ 16

＜解説＞

aを 1 以上の定数とし，x についての連立不等式

$x^2+(20-a^2)x-20a^2\leqq 0$　①

$x^2+4ax\geqq 0$　②

(1)

不等式 ① を因数分解すると，$(x-a^2)(x+20)\leqq 0$ だから，解は$\boxed{アイウ}=-20\leqq x\leqq a^2$　❶

また不等式 ② は $x(x+4a)\geqq 0$ だから $x\leqq\boxed{エオ}=-4a$，$\boxed{カ}=0\leqq x$　❷

この連立不等式を満たす負の実数が存在するようなaの値の範囲は，$1\leqq a$を考慮して，

❶，❷から$-20\leqq -4a\leqq -4$，∴ $1\leqq a\leqq 5=\boxed{キ}$　③

(2)

❶，❷を数直線上に描くと，図１のようになる。したがって，連立不等式を満足する線分について

0 以上の部分に含まれる線分の長さは (a^2-0)，0 以下の部分に含まれる線分の長さは $(-4a+20)$

したがって線分の長さの和は $a^2-\boxed{ク}\,a+\boxed{ケコ}=a^2-4a+20$

$a^2-4a+20=(a-2)^2+16$ だから，a が③の範囲にあるとき，この長さの和が最大になるのは $a=\boxed{サ}=5$ のときでその値は $\boxed{シス}=25$ である。

最小になるのは $a=\boxed{セ}=2$ のときで，その値は $\boxed{ソタ}=16$ である。

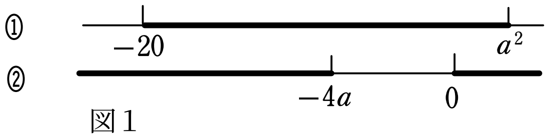


図１

コメント：

2次関数の最大値，最小値問題だが，難しいものではない。図を描いて考えよう。

第３問（配点　30）

＜解答＞

アイ −1　ウ 3　エ 2　オ 2　カ 3　キク 40　ケ 2　コ 9　サ 9　シ 2　ス 4

セソ −1　タ 3　チ 3　ツ 3　テ 4　ト 3　ナ 9　ニヌ 40　ネノ 81

＜解説＞

図２を参照する。△ABC において，AB =4，BC=6，CA=$\dfrac{10}{3}$ とする。

余弦定理により，$(BC)^2=(AB)^2+(AC)^2-2AB\cdot AC\cos\angle BAC$

$\therefore \cos\angle BAC=\dfrac{4^2+(10/3)^2-6^2}{2\times4\times10/3}=\dfrac{-1}{3}=\dfrac{アイ}{ウ}$

$\sin\angle BAC=\sqrt{1-(\cos\angle BAC)^2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{エ\sqrt{オ}}{カ}$

△ABC の面積は $\dfrac{1}{2}\times AC\times(\sin\angle BAC)\times AB=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{10}{3}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\times4=\dfrac{40\sqrt{2}}{9}=\dfrac{キク\sqrt{ケ}}{コ}$

外接円の半径は正弦定理により，$R=\dfrac{BC}{2\sin\angle BAC}=\dfrac{6/2}{\sin\angle BAC}=3\times\dfrac{3}{2\sqrt{2}}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}=\dfrac{サ\sqrt{シ}}{ス}$

中心角と円周角の関係により，∠BOD=2×∠BAD=∠BAC だから,

$\cos\angle BOD=\cos\angle BAC=\dfrac{-1}{3}=\dfrac{セソ}{タ}$

余弦定理により，$BD=\sqrt{(OD)^2+(OB)^2-2OD\times OB\cos\angle BOD}=\sqrt{2}\,R\sqrt{1-\cos\angle BOD}$

$=\sqrt{2}\times\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}=チ\sqrt{ツ}$

正弦定理により，$\sin\angle BCA=\dfrac{AB}{2R}$，$\sin\angle BCD=\sin\angle BAD=\dfrac{BD}{2R}$

$\therefore \dfrac{\sin\angle BCA}{\sin\angle BCD}=\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{4}{3\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{9}=\dfrac{テ\sqrt{ト}}{ナ}$

$\triangle$DBC の面積$=\dfrac{1}{2}\times$CD$\times(\sin\angle BDC)\times$BD$=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times(\sin\angle BDC)$

$\triangle$ABC の面積$=\dfrac{1}{2}\times$AC$\times(\sin\angle BAC)\times$AB$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{10}{3}\times4\times(\sin\angle BAC)$

$\angle$BDC$=\angle$BAC だから，$\dfrac{\triangle ABC\text{の面積}}{\triangle DBC\text{の面積}}=\dfrac{40}{81}=\dfrac{\text{ニヌ}}{\text{ネノ}}$

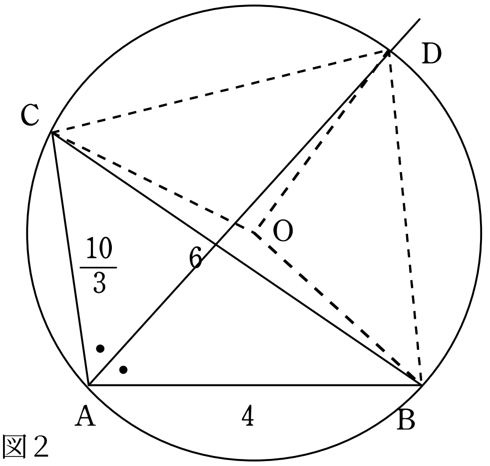


図２

コメント：

正弦定理，余弦定理，外接円の半径，三角形の面積など三角関数による三角形の諸量の表現を理解していること。これらは数学Ｉの教科書に記載の基本事項である。加えて，円弧の上に立つ中心角，円周角等の理解も必要である。

第４問 (配点 20)

＜解答＞

［１］

(1)　ア ⓪　イ ③　（解答の順序は問わない）

(2)　ウ ④　エ ⑧　（解答の順序は問わない）

［２］

(1)　オ ⑤

(2)　カ ①　キ ③　（解答の順序は問わない）

(3)　ク ⑨　ケ ⑧　コ ⑦

＜解説＞

［１］

(1)　５項目について正否を検討してみよう。

⓪「平均最高気温と購入額」のグラフから，これは正しい。〇

①「平均降水量と購入額」のグラフでは，このような傾向は見られない。×

②「平均湿度と購入額」のグラフでは，湿度が約70％まで散らばりは大きくなる傾向がある。×

③ 「25 ℃以上の日数の割合と購入額」のグラフから，そのようにいえる。○

④ これらのグラフからして，平均最高気温と購入額の間には明らかに正の相関がある。×

以上から正しいもの（○）は，$\boxed{\text{ア}}$ ⓪と$\boxed{\text{イ}}$ ③である。

(2)

⓪ グラフから25 円を下回るデータがあることがわかる。×

① グラフから20 ℃以下で購入額が15 円を上回る月はない。×

② 箱ひげ図から購入額の最も大きいのは夏である。×

③ 秋の方が購入額の最大値は大きい。×

④ 箱ひげ図から，春よりも秋の方が，第３四分位数は大きい。○

⑤ 箱ひげ図から，春よりも秋の方が，中央値は小さい。×

⑥ グラフから，秋にも平均最高気温が25 ℃を上回る月がある。×

⑦ 箱ひげ図から，購入額の四分位範囲が最も小さいのは冬である。×

⑧ グラフから，この通りである。○

以上から正しいもの（○）は，$\boxed{\text{ウ}}$ ④と$\boxed{\text{エ}}$ ⑧である。

［２］

(1)

温度範囲が最も広いのは N 市だから，箱ひげ図の b はN 市。

最高気温が最も高いのは M 市だから，箱ひげ図の a はM 市。

これらを満足するのは $\boxed{\text{オ}}$ ⑤

(2)

⓪ グラフから，東京とM 市の最高気温の間には正の相関はなく，負の相関がある。×

① グラフから，東京とN市の間には正の相関，M市との間には負の相関がある。○

② グラフから，誤り。したがって×

③ 東京とO市との間のデータの方がばらつきが少なく，東京とN市との間より相関が強い。○

④ 上記により，誤り。×

以上から正しいもの（○）は，$\boxed{\text{カ}}$ ①と$\boxed{\text{キ}}$ ③である。

(3)

分散は平均値からの偏差の2 乗平均だから，華氏での分散Y と摂氏での分散X の比 $\dfrac{Y}{X}$ は

$\boxed{\text{ク}}=\left(\dfrac{9}{5}\right)^2=\dfrac{81}{25}$ になる。

華氏の偏差は摂氏の偏差の$\dfrac{9}{5}$倍になるから，$\dfrac{W}{Z}$は$\boxed{\text{ケ}}=\dfrac{9}{5}$

相関係数は共分散をそれぞれの標準偏差の積で除したものである。摂氏に対する華氏の倍率$\dfrac{9}{5}$は相殺されるから，$\dfrac{V}{U}$は$\boxed{\text{コ}}=1$になる。

コメント：

N市の摂氏温度のデータをx_i，華氏温度のデータを$y_i=\dfrac{9}{5}x_i+32$とする。i はデータの番号で，データの総数nまで変化する。

すると摂氏での分散は$X=s_x{}^2$，華氏での分散は$Y=s_y{}^2=\left(\dfrac{9}{5}\right)^2 s_x{}^2$

ただし$s_x=\sqrt{\dfrac{1}{n}\{(x_1-\overline{x})^2+\ \ldots\ +(x_n-\overline{x})^2\}}$，$s_y=\sqrt{\dfrac{1}{n}\{(y_1-\overline{y})^2+\ \ldots\ +(y_n-\overline{y})^2\}}$

したがって，$\dfrac{Y}{X}=\left(\dfrac{s_y}{s_x}\right)^2=\left(\dfrac{9}{5}\right)^2$

東京の摂氏温度のデータをp_i，華氏温度のデータを$q_i=\dfrac{9}{5}p_i+32$とする。

東京（摂氏）とN市（摂氏）の共分散$Z=s_{px}=\dfrac{1}{n}\{(p_1-\overline{p})(x_1-\overline{x})+\cdots+(p_n-\overline{p})(x_n-\overline{x})\}$

東京（摂氏）とN市（華氏）の共分散$W=s_{py}=\dfrac{1}{n}\{(p_1-\overline{p})(y_1-\overline{y})+\cdots+(p_n-\overline{p})(y_n-\overline{y})\}$

$$=\frac{1}{n}\frac{9}{5}\{(p_1-\overline{p})(x_1-\overline{x})+\cdots+(p_n-\overline{p})(x_n-\overline{x})\}$$

したがって，$\dfrac{W}{Z}=\dfrac{s_{py}}{s_{px}}=\dfrac{9}{5}$

東京（摂氏）とN市（摂氏）の相関係数$U=\dfrac{s_{px}}{s_p s_x}$

東京（摂氏）とN市（華氏）の相関係数$V=\dfrac{s_{py}}{s_p s_y}$

したがって，$\dfrac{V}{U}=\dfrac{s_{py}s_x}{s_{px}s_y}=\dfrac{9}{5}\times\dfrac{5}{9}=1$

時間の制約の中で，このような計算式を書いて解答することは厳しい。分散，共分散，相関係数の定義から，摂氏から華氏の変換係数$\dfrac{9}{5}$がどのように処理されるかを考え，解答することが求められる。

＜総評＞

新課程の数学Ⅰの２年目のセンター試験問題である。去年と問題構成はほとんど同じ。

第１問　[１]は１次関数の最小値，最大値問題。難易度はC。

[２]は集合と命題の問題。難易度はB。

第２問　２次関数の不等式問題。難易度はB。

第３問　三角形の諸量を正弦定理，余弦定理などによって求める。難易度はB。

第４問　データの統計的扱いの問題。数学の諸分野の中で，最も多くの人々が日常生活や職業生活の中で関係するのが統計分野である。[１]，[２](1)(2)はグラフを落ち着いて読み込む。難易度C，[２](3)は分散，共分散，相関係数の定義を思い起こす。難易度B＋。

数学Ⅰ・数学A　（注）この科目には，選択問題があります。（17ページ参照。）

第１問（必答問題）（配点　30）

＜解答＞

[１]　ア３　イ１

(1)　ウ 2　エ 1　オ −　カ 2

(2)　キ 1　ク 4　ケ 2　コ 5

［2］

(1)　サ ③　シ ⓪　ス ⑤　セ ④

(2)　ソ ①　タ ③

［3］

　チツテ −20　トナ −4　ニ 0　ヌ 5

＜解説＞

［1］

　数学Ⅰ　第1問　［1］(1)，(2)に同じ

［2］

　数学Ⅰ　第1問　［2］(1)，(2)に同じ

［3］

　数学Ⅰ　第2問　(1)に同じ

第2問（必答問題）（配点　30）

＜解答＞

［1］

(1)　ア 7

(2)　イ 3　ウエ 21

(3)　オ 7　カ 3　キク 14　ケコ 49　サ 3　シ 2

［2］

　ス ⓪　セ ③　（解答の順序は問わない）

［3］

(1)　ソ ⑤

(2)　タ ①　チ ③　（解答の順序は問わない）

(3)　ツ ⑨　テ ⑧　ト ⑦

＜解説＞

［1］(1)

　正弦定理により，外接円の半径$R=\boxed{ア}=\dfrac{1}{2}\dfrac{7\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=7$

　PB$=a$，PA$=b$とすれば，$2b=3a$，余弦定理により，

$(7\sqrt{3})^2=a^2+b^2-2ab\cos 60^\circ=\dfrac{4}{9}b^2+b^2-\dfrac{2}{3}b^2=\dfrac{7}{9}b^2$，$\therefore$ PA$=イ\sqrt{ウエ}=b=3\sqrt{21}$

(2)

　△PABの面積は$S=\dfrac{1}{2}\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB}\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{4}ab$

$(7\sqrt{3})^2=a^2+b^2-2ab\cos 60^\circ=a^2+b^2-ab=(a-b)^2+ab$，$ab=147-(a-b)^2\leqq 147$

ab が最大となるのは$a=b$ だから$b^2=(7\sqrt{3})^2$，したがってS が最大となるのは$\mathrm{PA}=b=7\sqrt{3}=$オ$\sqrt{\text{カ}}$

(3)

$\sin\angle PBA \leqq 1$だから，辺PAが外接円の中心を通るとき∠PBA＝90°となって，$\sin\angle PBA=1$と最大値をとる。すなわちPA ＝14＝ $\boxed{\text{キク}}$

$$\triangle\mathrm{PAB}\text{の面積は}S=\frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{PA}\sin\angle PAB=\frac{1}{2}\times 7\sqrt{3}\times 14\sin 30^\circ$$

$$=\frac{7\sqrt{3}}{2}\times 14\times\frac{1}{2}=\frac{49\sqrt{3}}{2}=\frac{\text{ケコ}\sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$$

コメント：

［１］は三角関数，正弦定理，余弦定理，三角形の面積，外接円，円周角，等の基礎的知識とその応用に関わる問題。去年も同様の問題があったから，受験生の想定内であっただろう。

［２］数学Ⅰ　第４問　［１］(1)に同じ

［３］数学Ⅰ　第４問　［２］に同じ

$\boxed{\text{第３問～第５問は，いずれか２問を選択し，解答しなさい。}}$

第３問（選択問題）（配点　20）

＜解答＞

(1)　アイ 28　ウエ 33

(2)　オ 5　カキ 33　ク 5　ケコ 11

(3)　サ 5　シス 44　セ 5　ソタ 12　チ 4　ツテ 11

＜解説＞

(1)

AさんとBさんが取り出した2個の球のなかに，赤球か青球が少なくも１個含まれる場合は，2個とも白球の場合の余事象である。2個とも白球である確率は,

（Aさんが白球を取り出す確率）×（その後Bさんが白球を取り出す確率）

$$=\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}=\frac{5}{33}$$

したがって，赤球か青球が少なくも１個含まれる確率は，$1-\dfrac{5}{33}=\dfrac{28}{33}=\dfrac{\text{アイ}}{\text{ウエ}}$

余事象を利用せず，赤球か青球が少なくも１個含まれる場合から確率を求める方法は以下の通り。

A 白，B 赤か青：$\dfrac{5}{12}\times\dfrac{7}{11}$

A 赤か青，B 白：$\dfrac{7}{12}\times\dfrac{5}{11}$

A 赤か青，B 赤か青：$\dfrac{7}{12}\times\dfrac{6}{11}$

赤球か青球が少なくも１個含まれている確率は，上記は排反事象だから，上記の確率の和となる。

$$\frac{1}{12}\times\frac{1}{11}(35+35+42)=\frac{28}{33}=\frac{\text{アイ}}{\text{ウエ}}$$

計算が煩瑣となるから，余事象の概念を利用することが良い。

(2)

　A が赤球を取り出す確率は $\frac{4}{12}$，つづいてB が白球を取り出す確率は $\frac{5}{11}$，

したがってA が赤球を取り出し，かつB が白球を取り出す確率は $\frac{4}{12}\times\frac{5}{11}=\frac{5}{33}=\frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$

A が取り出した球が赤球であったとき，B が取り出した球が白球である条件付き確率は

　$\frac{5}{33}\div\frac{4}{12}=\frac{5}{11}=\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$

(3)

　A が青球を取り出す確率は $\frac{3}{12}$，続いてB が白球を取り出す確率は $\frac{5}{11}$

したがってA が青球を取り出し，かつB が白球を取り出す確率は $\frac{3}{12}\times\frac{5}{11}=\frac{5}{44}=\frac{\text{サ}}{\text{シス}}$

　A が白球を取り出す確率は $\frac{5}{12}$，続いてB が白球を取り出す確率は $\frac{4}{11}$

したがってA が白球を取り出し，かつB が白球を取り出す確率は $\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}=\frac{5}{33}$

　以上によって，B が白球を取り出す確率は $\frac{5}{33}+\frac{5}{44}+\frac{5}{33}=\frac{5}{12}=\frac{\text{セ}}{\text{ソタ}}$

　したがってB が白球を取り出したことがわかったとき，

A が白球を取り出している条件付き確率は $\frac{5}{33}\div\frac{5}{12}=\frac{4}{11}=\frac{\text{チ}}{\text{ツテ}}$

コメント：

　条件付き確率の意味を理解していなければならない。

事象U，V があったとき，両事象が発生する確率 $P(U,\ V)=P(U)P_U(V)$と表現でき，$P_U(V)$ は事象U が発生したとして，事象V が発生する確率，すなわち事象Uの下での事象V の条件付き確率である。

　この問題に即して考えると，P(Bが白球を取り出した，Aが白球を取り出した)＝P(Bが白球を取り出した)×P(Bが白球を取り出したとしてAが白球を取り出した)

　P(Bが白球を取り出した，Aが白球を取り出した)$=\frac{5}{33}$

　P(Bが白球を取り出した)$=\frac{5}{12}$

　したがってP(Bが白球を取り出したとしてAが白球を取り出した)$=\frac{5}{33}\div\frac{5}{12}=\frac{4}{11}=\frac{\text{チ}}{\text{ツテ}}$

第４問（選択問題）（配点 20）

＜解答＞

(1) アイ 15　ウエ -7　オカキ -47　クケ 22

(2) コサシ 123　ス ⓪　セ ③　ソ ⑤　（ス，セ，ソは解答の順序を問わない）

＜解説＞

(1)

$92x+197y=1$ ①

①を満たす整数x，yを一つ求める。

①を変形して，$x=\dfrac{-197y+1}{92}=-2y+\dfrac{-13y+1}{92}$，$m$を整数として$-13y+1=92m$とおけば，

$y=-7m+\dfrac{1-m}{13}$，したがって，$m=1$のとき$y=-7$，$x=15$

これらは①の解の一つだから，$92\times15+197\times(-7)=1$ ②

①－②から，$92(x-15)+197(y+7)=0$，$\therefore 92(x-15)=-197(y+7)$

92と197は互いに素だから，kを整数として，$x-15=-197k$，$y+7=92k$である。

明らかに$k=0$のときxの絶対値は最小となり，$x=15=$ $\boxed{アイ}$，$y=-7=$ $\boxed{ウエ}$

$92x+197y=10$ ③

②を10倍して，$92\times150+197\times(-70)=10$ ④

③－④から，$92(x-150)+197(y+70)=0$，$\therefore 92(x-150)=-197(y+70)$

同様に$x-150=-197k$，$y+70=92k$であり，$x=150-197k$から$k=1$のときxは絶対値最小となる。

したがって，$x=-47=$ $\boxed{オカキ}$，$y=22=$ $\boxed{クケ}$

(2)

2進法で$11011_{(2)}=1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0=27=4\times4+2\times4+3=1\times4^2+2\times4^1+3\times4^0$

したがって，4進法で表すと$123_{(4)}=$ $\boxed{コサシ}_{(4)}$

⓪～⑤までの6進法の小数を10進法で計算すると以下のようになる。

⓪ $0.3_{(6)}=3\times6^{-1}=1/2$

① $0.4_{(6)}=4\times6^{-1}=2/3$

② $0.33_{(6)}=3\times6^{-1}+3\times6^{-2}=1/2+3/36=7/12$

③ $0.43_{(6)}=4\times6^{-1}+3\times6^{-2}=4/6+3/36=27/36=3/4$

④ $0.033_{(6)}=3\times6^{-2}+3\times6^{-3}=3/36+3/216=7/72$

⑤ $0.043_{(6)}=4\times6^{-2}+3\times6^{-3}=4/36+3/216=9/72=1/8$

したがって有限小数として表せるのは，$\boxed{ス}$ ⓪，$\boxed{セ}$ ③，$\boxed{ソ}$ ⑤である。

コメント：

(1)の不定方程式の問題では，与式$92x+197y=1$を満たす整数の組の一つを求めることがポイントである。しかしここでは，92，197という数字が大きいのでx，yを暗算で求めようとしても，容易ではない。ユークリッドの互除法を利用して求める方法が教科書に記載されている。

$197=92\times2+13$，$\therefore 197-92\times2=13$ ①

$92=13\times7+1$，$\therefore 92-13\times7=1$ ②

①の13を②に代入して，$92-(197-92\times2)\times7=92\times15+197\times(-7)=1$，したがって$x=15$，$y=-7$が解の一つ。この方法はやや煩瑣で誤り易いので，暗算で求めることができるような整数式の変形を行った。

(2)は進数による数表現の問題である。進数表現の定義は的確に理解していなければならない。その上で，スムーズに計算できるよう教科書の練習問題を解いて，習熟することである。特段に難しいことはないから，落ち着いて取り組もう。

第５問（選択問題）（配点　20）

＜解答＞

ア ⓪　イ１　ウ２　エ１　オ３

(1)　カ３　キ２　ク７

(2)　ケ４　コサ30　シ２

＜解説＞

同一円弧上に立つ角は等しいので，∠DAC＝∠DBC＝∠DCA＝∠ABD＝ ⓪

$\dfrac{EC}{AE}=\dfrac{\triangle CBE\text{の面積}}{\triangle ABE\text{の面積}}$，△ABEの面積 $=\dfrac{1}{2}$AB×BE×$(\sin\angle ABE)$

△CBEの面積 $=\dfrac{1}{2}$CB×BE×$(\sin\angle CBE)$，∠ABE＝∠CBEだから，$\dfrac{\triangle CBE\text{の面積}}{\triangle ABE\text{の面積}}=\dfrac{CB}{AB}=\dfrac{2}{4}$

$\therefore\ \dfrac{EC}{AE}=\dfrac{1}{2}=\dfrac{\text{イ}}{\text{ウ}}$

△ACDと直線FE に着目すると，メネラウスの定理により，$\dfrac{FA}{DF}\cdot\dfrac{EC}{AE}\cdot\dfrac{GD}{CG}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{GD}{CG}=1$

$\therefore\ \dfrac{CG}{DG}=\dfrac{1}{3}=\dfrac{\text{エ}}{\text{オ}}$

(1)

直線AB が点G を通る場合を考える。△AGDに対してチェバの定理によって，

$\dfrac{DF}{FA}\cdot\dfrac{AB}{BG}\cdot\dfrac{GC}{CD}=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{AB}{BG}\times\dfrac{1}{2}=1$，$\therefore$ BG $=\dfrac{3}{4}$AB $=3=\boxed{\text{カ}}$

∠GAE＝∠GDBだから，△AGC∽△DGB，$\therefore\ \dfrac{GC}{AG}=\dfrac{GB}{DG}$,

しかるにAG＝7，GB＝3，GC $=\dfrac{1}{2}$DC，DG $=\dfrac{3}{2}$DC だから，DC $=2\sqrt{7}=\text{キ}\sqrt{\text{ク}}$

(2)

図１を参照する。

△ABCの頂角を∠A，∠B，∠Cとする。正弦定理から，△ABCの外接円の半径Rについて

$2R=\dfrac{BC}{\sin\angle A}=\dfrac{AB}{\sin\angle C}$，$2R=\dfrac{2}{\sin\angle A}=\dfrac{4}{\sin\angle C}$，$\sin\angle C=2\sin\angle A$，

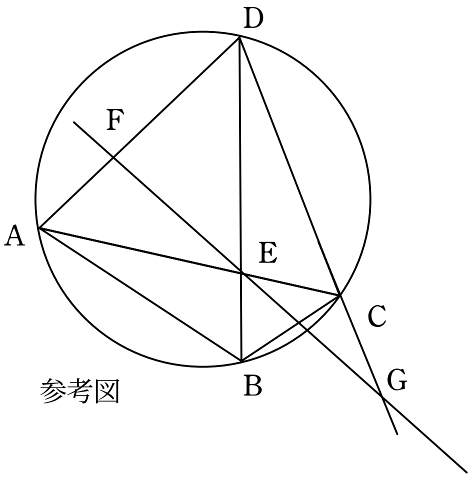
$2R$ が最小になるのは，$\sin\angle C$が最大値をとるとき，すなわち$\sin\angle C=1$，∠C＝90°

したがって外接円の直径 $2R$ は $4=\boxed{\text{ケ}}$，また$\sin\angle A=\dfrac{1}{2}\sin\angle C=\dfrac{1}{2}$だから，∠A＝30°

∠BAC＝∠A＝30°＝$\boxed{\text{コサ}}$°

∠ABC＝60°，しかるにAD＝DCだから∠ABD＝∠DBC＝30°，∠ACD＝∠ABD＝30°＝∠CAB

したがって，AB∥DC，$\therefore\ \dfrac{AH}{BH}=\dfrac{GC}{DG}=\dfrac{1}{3}$，$\dfrac{AH}{BH}=\dfrac{AH}{BA+AH}=\dfrac{AH}{4+AH}=\dfrac{1}{3}$，$\therefore$ AH＝2＝シ



参考図

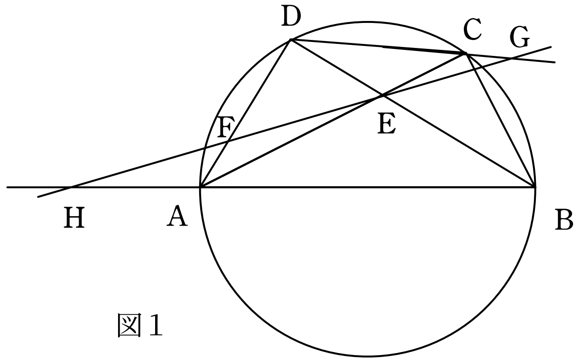


図１

コメント：

円周角，メネラウスの定理，チェバの定理，正弦定理，三角形の外接円などの基本知識を活用する図形の問題。高さが共通の三角形の面積は底辺長に比例するという単純な事実に気づこう。

(1)では△AGDに対してチェバの定理が応用できることに気づこう。(2)では正弦定理を直ぐに思い浮かべたい。

＜総評＞

今年は選択問題が３問出題され２問を選択することとなった。昨年は確率の問題が必答とされ，整数の問題か，図形の問題かを選択することとなっていた。やはり教科書を反復して勉強し，しっかり理解することが基本である。

第１問　[１] 数学Ⅰ　第１問　[１](1)，(2)に同じ
　　　　[２] 数学Ⅰ　第１問　[２](1)，(2)に同じ
　　　　[３] 数学Ⅰ　第２問　(1)に同じ

第２問　[１] 三角関数，正弦定理，余弦定理，三角形の面積等の知識とその応用を問う図形問題。
　　　　難易度はＢ。

第３問　確率の問題。難易度はＢ－。

第４問　整数，進数の問題。難易度はＢ。

第５問　図形の問題。難易度はＢ。

160908

＜修正＞

数学Ⅰ･数学Aにおいて

第３問(1)，第４問(1)の解説を修正した。

201227修正