平成29年度（2017年度）センター試験　数学Ⅰ　数学Ⅰ・数学A　解説

数学　①　[数学Ⅰ　数学Ⅰ・数学A]　（いずれか選択　100点，60分）

数　学　Ⅰ（全問必答）

第１問（配点　25）

＜解答＞

［1］

アイ 13　ウ 2　エ 7　オカ 13　キク 73　ケ 5　コサ 13　シ 5　ス 2

［2］

セ 0　ソ 3　タ 3　チ 1　ツ 2

＜解説＞

［1］

xは正の実数で，$x^2+\dfrac{4}{x^2}=9$を満たすとする。このとき

$\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{4}{x^2}+4=9+4=13=$アイ であるから，$x+\dfrac{2}{x}=\sqrt{13}$である。さらに

$$x^3+\frac{8}{x^3}=\left(x+\frac{2}{x}\right)\left(x^2+\frac{4}{x^2}-x\times\frac{2}{x}\right)=\left(x+\frac{2}{x}\right)\left(x^2+\frac{4}{x^2}-2\right)=\left(x+\frac{2}{x}\right)\left(x^2+\frac{4}{x^2}-\text{ウ}\right)$$

$$=\sqrt{13}\times(9-2)=7\sqrt{13}=\text{エ}\sqrt{\text{オカ}}$$

また，$x^4+\dfrac{16}{x^4}=\left(x^2+\dfrac{4}{x^2}\right)^2-2x^2\times\dfrac{4}{x^2}=81-8=73=$キク

また，$\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{4}{x^2}-4=9-4=5=$ケである。$x-\dfrac{2}{x}<0$のときは

$x-\dfrac{2}{x}=-\sqrt{\text{ケ}}=-\sqrt{5}$であり，$x^2-2+\sqrt{5}\,x=0$を満たす。この2次方程式の２つの解は

$x=\dfrac{\pm\sqrt{13}-\sqrt{5}}{2}$であるが，$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$だから，

$$x=\frac{\sqrt{13}-\sqrt{5}}{2}=\frac{\sqrt{\text{コサ}}-\sqrt{\text{シ}}}{\text{ス}}$$

［2］

実数に関する２つの条件p，qを

$p：x=1$

$q：x^2=1$

とする。また，条件p，qの否定をそれぞれ$\overline{p}$，$\overline{q}$で表す。

(1)

qであればpであるとはいえない。$x=-1$はqを満たすがpを満たさない。pであればqである。

したがって，qはpであるための必要条件だが十分条件でない。$\boxed{\text{セ}}$→ ⓪

$\overline{p}$であればqであるとはいえない。例えば$x=2$。qであれば$\overline{p}$であるとはいえない。

したがって，$\overline{p}$はqであるための必要条件でも十分条件でもない。$\boxed{\text{ソ}}$→ ③

明らかに(pまたは$\overline{q}$)であればqとはいえない。qであれば(pまたは$\overline{q}$)であるとはいえない。

したがって(pまたは$\overline{q}$)はqであるための必要条件でも十分条件でもない。$\boxed{タ}$→ ③

($\overline{p}$かつq)であればqである。qであれば ($\overline{p}$かつq)であるとはいえない。例えば$x=1$。

したがって，($\overline{p}$かつq)はqであるための十分条件だが必要条件ではない。$\boxed{チ}$→ ①

(2)

実数に関する条件rを

$r:x>0$

とする。

命題 A：「(pかつq) $\Longrightarrow r$」

(pかつq)ということは$x=1>0$であるから，命題Aは真である。

命題 B：「$q\Longrightarrow r$」

qであれば$x=\pm1$だから，$x=-1<0$の場合もある。したがって命題Bは偽である。

命題 C：「$\overline{q}\Longrightarrow\overline{p}$」

qでなければpでない。すなわち$x^2=1$でなければ$x=1$でない。したがって命題Cは真である。

以上によって，A，B，Cの３つの命題について正しいものは$\boxed{ツ}$→ ②である。

コメント：

(1)で「または」と「かつ」の表現の意味するところに注意しよう。「(pまたは$\overline{q}$)であればq」とは「pか$\overline{q}$のいずれかであればq」ということだが，明らかに「$\overline{q}$であればqではない」。したがって「(pまたは$\overline{q}$)であればq」とはいえない。

($\overline{p}$かつq)はqを満たすから，明らかに「($\overline{p}$かつq)であればq」である。qは$\overline{p}$を満たさないので，「qであれば ($\overline{p}$かつq)」とはいえない。

第２問 (配点 25)

<解答>

(1) ア 4 イ 6 ウ 4 エ 4 オ 3 カ 4 キ 5 ク 1 ケ 2

(2) コ 3 サ 5 シ 9 スセ 24 ソタ 16 チツ 25 テト 12 ナニ 16

ヌ 3 ネ 4 ノハ −4 ヒ 2 フ 4 ヘ 2

<解説>

aは定数とする。

(1)

$f(x)=(x-3a^2-5a)^2-(3a^2-4)^2$とおく。このとき

$$f(x)=\{(x-3a^2-5a)+(3a^2-4)\}\{(x-3a^2-5a)-(3a^2-4)\}$$
$$=(x-5a-4)(x-6a^2-5a+4)=(x-5a-ア)(x-イa^2-5a+ウ)$$

したがって，2次関数$y=f(x)$のグラフが原点を通るのは，$f(0)=0$として，

$0=(5a+4)(6a^2+5a-4)=(5a+4)(3a+4)(2a-1)$，$\therefore\ a=-\dfrac{4}{3}=-\dfrac{エ}{オ}$，$-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{カ}{キ}$，$\dfrac{1}{2}=\dfrac{ク}{ケ}$

(2)

$g(x)=x^2-2(3a^2+5a)x+18a^4+30a^3+49a^2+16$とおく。すると，

$g(x)=\{x-(3a^2+5a)\}^2-(3a^2+5a)^2+18a^4+30a^3+49a^2+16$

$=\{x-(3a^2+5a)\}^2+9a^4+24a^2+16$

したがって，2次関数$y=g(x)$のグラフの頂点は

$(3a^2+5a,\ 9a^4+24a^2+16)=($コ$a^2+$サ$a$，シ$a^4+$スセ$a^2+$ソタ$)$

aが実数全体を動くとき，頂点のx座標は$3a^2+5a=3\left(a^2+\dfrac{5}{3}a\right)=3\left(a+\dfrac{5}{6}\right)^2-\dfrac{25}{12}$であるから，

その最小値は$-\dfrac{\text{チツ}}{\text{テト}}=-\dfrac{25}{12}$である。

次に，$t=a^2$とおくと，頂点のy座標は$9t^2+24t+16$　①

と表される。したがって，aが実数全体を動くとき$t \geqq 0$だから，$t=0$のときに頂点のy座標は最小値をとり，ナニ$=16$である。

また，上の式①は$(\text{ヌ}t+\text{ネ})^2=(3t+4)^2$と変形できる。頂点の$y$座標が10000 以下とすれば，

$(3t+4)^2 \leqq 10000$，$\therefore\ 0 < 3t+4 \leqq 100$，したがって$0 < 3a^2+4 \leqq 100$，$\therefore\ 0 \leqq a^2 \leqq 32 = 2^5$，

$\therefore\ -5\sqrt{2} \leqq a \leqq 5\sqrt{2}$

以上によって，頂点のy座標が10000 以下になるaの値の範囲は

ノハ$\sqrt{\text{ヒ}}=-4\sqrt{2} \leqq a \leqq 4\sqrt{2} =$ フ$\sqrt{\text{ヘ}}$ である。

第３問 (配点 30)

<解答>

(1)　ア 6　イ 2　ウ 2　エ 6　オ 4　（ウとエは逆でも良い）

(2)　カ 2　キ 3　ク 2　ケ 3　コ 2　サ 3

(3)　シ 3　ス 3　セ 2　ソ 2　タ 6　チ 4　ツ 2　テ 6　ト 4　ナニ 15　ヌ 2　ネ 3

（ソとタ，ツとテは逆でも良い）

<解説>

△ABCにおいて，$AB=\sqrt{3}-1$，$BC=\sqrt{3}+1$，$\angle ABC=60°$とする。

(1)

余弦定理により，

$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos 60°=(\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{3}+1)^2-2(3-1)\times\dfrac{1}{2}=6$

$AC=\sqrt{\text{ア}}=\sqrt{6}$であるから，正弦定理により，△ABCの外接円の半径Rは

$\sqrt{\text{イ}}=\dfrac{AC}{2\sin\angle ABC}=\dfrac{AC}{2\sin 60°}=\dfrac{\sqrt{6}}{2(\sqrt{3}/2)}=\sqrt{2}$ であり

$\sin\angle BAC=\dfrac{\sqrt{\text{ウ}}+\sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}}=\dfrac{BC}{2R}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ である。

ただしウ，エの解答の順序は問わない。

(2)

辺AC上の点Dを，△ABDの面積が$\dfrac{\sqrt{2}}{6}$になるようにとるとき

△ABDの面積 $= \dfrac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\sin\angle BAC = \dfrac{\sqrt{2}}{6}$であるから，

$$\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD} = \frac{\sqrt{2}}{6}\times\frac{2}{\sin\angle BAC} = \frac{\sqrt{2}}{3}\times\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{3}-2}{3}$$

$= \dfrac{\text{カ}\sqrt{\text{キ}}-\text{ク}}{\text{ケ}}$ であるから，$\mathrm{AD} = \dfrac{1}{AB}\times\dfrac{2\sqrt{3}-2}{3} = \dfrac{1}{\sqrt{3}-1}\times\dfrac{2\sqrt{3}-2}{3} = \dfrac{2}{3} = \dfrac{\text{コ}}{\text{サ}}$

(3)

点Cから直線ABに下ろした垂線と直線ABとの交点をEとすると，

$\mathrm{CE} = \dfrac{\sqrt{\text{シ}}+\text{ス}}{\text{セ}} = \mathrm{BC}\sin\angle EBC = \mathrm{BC}\sin 60^\circ = (\sqrt{3}+1)\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}+3}{2}$である。

$\cos\angle ACE = \dfrac{CE}{AC} = \dfrac{\sqrt{3}+3}{2\sqrt{6}} = = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} = \dfrac{\sqrt{\text{ソ}}+\sqrt{\text{タ}}}{\text{チ}}$

余弦定理により，$\cos\angle ACB = \dfrac{(AC)^2+(CB)^2-(AB)^2}{2AC\cdot CB} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} = \dfrac{\sqrt{\text{ツ}}+\sqrt{\text{テ}}}{\text{ト}}$

$\cos\angle ACE = \cos\angle ACB$だから，$\angle\mathrm{ACE} = \angle\mathrm{ACB} = \dfrac{30^\circ}{2} = 15^\circ = \text{ナニ}^\circ$

$\tan\text{ナニ}^\circ = \tan 15^\circ = \dfrac{EA}{CE}$，$\mathrm{EA} = \mathrm{EB} - \mathrm{AB} = \mathrm{BC}\cos 60^\circ - \mathrm{AB} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2} - (\sqrt{3}-1) = \dfrac{3-\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \tan\text{ナニ}^\circ = \dfrac{EA}{CE} = 2-\sqrt{3} = \text{ヌ}-\sqrt{\text{ネ}}$

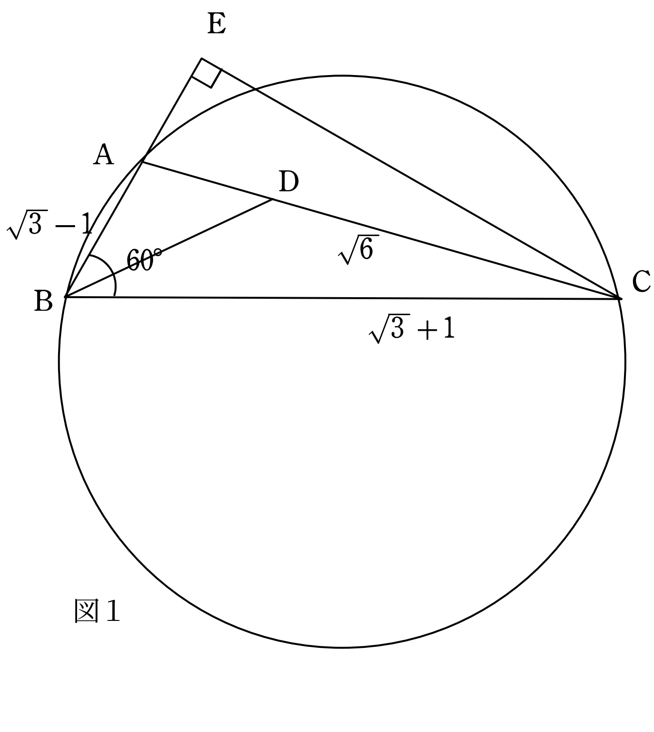

図１

コメント：

大雑把に図１のような図を描いて，題意を把握する。

(1)で三角形の２辺とその夾角が与えられているのだから，対辺ACを求めるには余弦定理を使う。三角形の頂角と対辺から外接円の半径を求めるには正弦定理を使う。問題を読んだとき，この流れを速やかに理解したい。

(2)では，$\sin\angle BAC$を(1)で求めたのだから，△ABDの面積 $= \dfrac{1}{2}$AB・ADsin $\angle BAC$と速やかにAB・ADを求める式を想起したい。

(3)では，内角が60°，30°の直角三角形ができていることに注意する。だから，難しく考える必要がない。去年も正弦定理、余弦定理を使う図形問題が出題されている。

第４問（配点　20）

＜解答＞

(1)　ア１　イ４　ウ６　（解答の順序は問わない）

(2)　エ４　オ３　カ２

(3)　キ０　ク１

(4)　ケ１　コ２　　（解答の順序は問わない）

＜解説＞

(1)

図１から読み取れることとして正しいものは，ア，イ，ウである。

⓪　XとVとの間の相関は，XとYの間の相関より強い。×

理由：XとVとの間にはほとんど相関はないが，XとYの間には強い正の相関がある。

①　XとYの間には正の相関がある。○

理由：Yが大きくなればXも大きくなり，Yが小さくなればXも小さくなるジャンプが多い。

②　Vが最大のジャンプは，Xも最大である。×

理由：Vが最大のとき，Xは約60で，最大ではない。

③　Vが最大のジャンプは，Yも最大である。×

理由：Vが最大のとき，Yは約52で，最大ではない。

④　Yが最小のジャンプは，Xは最小ではない。○

理由：Yが最小のとき，Xは約58と最小ではない。

⑤　Xが80以上のジャンプは，すべてVが93以上である。×

理由：Xが80以上のジャンプでVが93未満のジャンプが1回ある。

⑥　Yが55以上かつVが94以上のジャンプはない。○

理由：Vが94以上のジャンプは2回あるが，いずれもYは55未満である。

(2)

得点Xは，飛距離Dから次の計算によって算出される。

$X = 1.80\times(D-125.0)+60.0$

・Xの分散は，Dの分散の$(1.8)^2=3.24=$エ倍になる。④

分散は平均値からの偏差の2乗和の平均値，Xの平均値からの偏差はDの平均値からの偏差の1.8倍だから，分散は$(1.8)^2$倍になる。

・XとYの共分散は，DとYの共分散の$1.8=$オ倍である。③

共分散はそれぞれの変数の平均値からの偏差の積の平均値である。Xの平均値からの偏差はDの

平均値からの偏差の1.8倍で，Yは同じだから，XとYの共分散はDとYの共分散の1.8倍となる。

・XとYの相関係数は，DとYの相関係数の1＝カ倍である。②

相関係数は共分散をそれぞれの標準偏差で除したものだから，Xに対するDの係数1.8は消えてしまう。

(3)

1回目の$X+Y$の最小値は108だから，該当するヒストグラムは図２のAである。Bの最小値は100～105にある。該当する箱ひげ図は図３aで，最小値が108を示している。したがってキ＝⓪

図３から読み取れることとして正しいものは，ク＝①

⓪　1回目の$X+Y$の四分範囲は，2回目の$X+Y$の四分範囲より大きい。×

①　1回目の$X+Y$の中央値は，2回目の$X+Y$の中央値より大きい。○

②　1回目の$X+Y$の最大値は，2回目の$X+Y$の最大値より小さい。×

③　1回目の$X+Y$の最小値は，2回目の$X+Y$の最小値より小さい。×

(4)

図４に関する記述として正しいものは，ケ，コである。①，②

⓪　XおよびX'の両方において，スタート位置が高いほど，中央値も大きくなっている。×

X'の中と低では逆になっている。

①　Xではスタート位置が高いほど中央値も大きくなっているのに対し，X'ではスタート位置によらず中央値が 66 以上 70 未満となっている。○

②　どのスタート位置の場合でも，Xの四分範囲とX'の四分範囲は等しい。○

③　XおよびX'の両方において，スタート位置が高いほど第１四分位数が大きくなっている。×

④　XおよびX'の両方において，スタート位置が高いほど第３四分位数が大きくなっている。×

コメント：

(2)以外は図を見て判断する問題。図を見て，意味するところを速やかに論理的に理解し，正誤を判断したい。特段に難しい問題はない。箱ひげ図の読み方はうろ覚えでも，直観に合うような図だから，迷うことはないだろう。

(2)は，分散，相関係数の意味，定義式は覚えていなければならない。

＜総評＞

新課程で３年目の問題。去年と問題構成はほとんど同じ。勉強方針を立て易い。

第１問　[１]は２次式の変形と因数分解の問題。難易度はＣ＋。

[２]は集合と命題の問題。難易度はＢ。

第２問　２次関数の因数分解と頂点の座標の問題。難易度はＢ。

第３問　三角形の諸量を正弦定理，余弦定理などによって求める。難易度はＢ。

第４問　データの統計的扱いの問題。

(1)，(3)，(4)は図を速やかに理解する。難易度Ｃ

(2)は分散，相関係数の定義を思い起こす。難易度Ｂ。

数学Ⅰ・数学Ａ　（注）この科目には，選択問題があります。（21ページ参照。）

第１問（必答問題）（配点　30）

＜解答＞

［１］

アイ 13　ウ 2　エ 7　オカ 13　キク 73

［２］

ケ 0　コ 3　サ 3　シ 1　ス 6

［３］

セ 3　ソ 5　タ 9　チツ 24　テト 16　ナニ 25　ヌネ 12　ノハ 16

＜解説＞

［１］

数学Ⅰ　第１問　［１］アイ～キクに同じ

［２］

数学Ⅰ　第１問　［２］に同じ

［３］

数学Ⅰ　第２問　(2)コ～ナニに同じ

第２問（必答問題）（配点　30）

＜解答＞

［１］

(1)　ア 6　イ 2　ウ 6　エ 2　オ 4

(2)　カ 2　キ 3　ク 2　ケ 3　コ 2　サ 3

［２］

(1)　シ 1　ス 4　セ 6

(2)　ソ 4　タ 3　チ 2

(3)　ツ 0　テ 1

＜解説＞

［１］(1)，(2)

数学Ⅰ　第３問　(1)，(2)に同じ

［２］

(1)，(2)

数学Ⅰ　第４問　(1)，(2)に同じ

(3)

数学Ⅰ　第４問　(3)に同じ

第３問～第５問は，いずれか２問を選択し，解答しなさい。

第３問（選択問題）（配点　20）

<解答>

(1)　ア５　イ６

(2)　ウ１　エ３　オ５　カ１　キ２　（ウエオの解答の順序は問わない）

(3)　ク３　ケ５

(4)　コ０　サ３　シ５　ス５　セ６　ソ５　タ６　（コサシの解答の順序は問わない）

(5)　チ６

<解説>

あたりが2 本，はずれが2 本の合計4 本からなるくじがある。A，B，C の3 人がこの順に1 本ずつくじを引く。ただし，１度引いたくじはもとに戻さない。

(1)

A，B の少なくとも一方があたりのくじを引く事象E_1の確率は，両者ともにはずれを引く事象の余事象である。

A がはずれの確率 $\frac{1}{2}$，その後Bがはずれの確率 $\frac{1}{3}$，A，Bともはずれの確率は両者の積だから，

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$。したがって，事象$E_1$の確率$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}=\frac{ア}{イ}=P(E_1)$

(2)

A，B，C の3 人で2 本のあたりのくじを引く事象Eは，３つの排反な事象ウ⓪，エ③，オ⑤の和事象である。

事象Eが起きるのは，次の３つの場合である。
明らかに，それらは同時には起きない排反事象である。

⓪ B，C があたりを引きA だけがはずれを引く事象，確率は$\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

③ A，C があたりを引きB だけがはずれを引く事象，確率は$\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

⑤ A，B があたりを引きC だけがはずれを引く事象　確率は$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times 1=\frac{1}{6}$

これらの和事象の確率は$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}=\frac{カ}{キ}=P(E)$である。

(3)

事象E_1 が起こったときの事象E の起こる条件付き確率 $P(E\mid E_1)=\frac{P(E)}{P(E_1)}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}}=\frac{3}{5}=\frac{ク}{ケ}$

(4)

B，Cの少なくも一方があたりのくじを引く事象E_2は，３つの排反な事象コ，サ，シの和事象である。

事象E_2が起きるのは，次の３つの場合である。

⓪　Aがはずれのくじを引く事象，確率は$\dfrac{1}{2}$

この場合は，明らかにB，Cの少なくも一方があたりのくじを引くことになる。
すると，Aがあたりのくじを引く場合に，B，Cの少なくも一方があたりのくじを引くのは，どのような事象かを考える。それは，Bだけがはずれのくじを引く事象とCだけがはずれのくじを引く事象の和事象である。

③　Bだけがはずれのくじを引く事象，これはAとCがあたりのくじを引く事象，確率は$\dfrac{1}{6}$

⑤　Cだけがはずれのくじを引く事象，これはAとBがあたりのくじを引く事象，確率は$\dfrac{1}{6}$

これら3つの事象は同時には起きない事象だから，排反事象である。

したがって，和事象E_2の確率は$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}=\dfrac{\text{ス}}{\text{セ}}=P(E_2)$である。

A，Cの少なくも一方があたりのくじをひく事象E_3の確率は，E_2と同様の考え方により，

$\dfrac{\text{ソ}}{\text{タ}}=\dfrac{5}{6}=P(E_3)$である。

(5)

事象E_1が起こったときの事象Eの起こる確率$p_1=P(E\mid E_1)=\dfrac{P(E)}{P(E_1)}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}}=\dfrac{3}{5}$

事象E_2が起こったときの事象Eの起こる確率$p_2=P(E\mid E_2)=\dfrac{P(E)}{P(E_2)}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}}=\dfrac{3}{5}$

事象E_3が起こったときの事象Eの起こる確率$p_3=P(E\mid E_3)=\dfrac{P(E)}{P(E_3)}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}}=\dfrac{3}{5}$

したがって，これらの大小関係は，チ ⑥ $p_1=p_2=p_3$

コメント：

排反事象，条件付き確率，和事象等の確率における基礎的概念について，的確に理解しておきたい。

第４問（選択問題）（配点 20）

＜解答＞

(1)　ア 2　イ 6　（解答の順序は問わない）

(2)　ウ 3　エ 0　オ 6　カ 9　キ 6　ク 0　ケ 6　コサ 14

(3)　シス 24　セソ 16　タ 8　チツ 24

＜解説＞

(1)

　百の位の数が3，十の位の数が7，一の位の数がaである３桁の自然数を $37a$と表記する。

$37a$が4で割り切れるのは，$37a=4\times90+1a$だから，$1a$が4で割り切れるときである。したがって，

　　$a=$ア$=2$，$a=$イ$=6$　のときである。

(2)

　千の位の数が7，百の位の数がb，十の位の数が5，一の位の数がcである４桁の自然数を$7b5c$と表記する。$7b5c$が4でも9でも割り切れるb，cの組を求める。

　$7b5c=7\times1000+b\times100+5\times10+c=4$の倍数$+5\times10+c$

　4で割り切れるためには，$5\times10+c=5c=4$の倍数，したがって$c=2$，6

　$7b5c=7\times(1000-1)+b\times(100-1)+5\times(10-1)+7+b+5+c=9$の倍数$+7+b+5+c$

9で割り切れるためには，$7+b+5+c=12+b+c=9$の倍数

　$12+b+c=18\rightarrow b+c=6$，$(b,c)=(4,2)$，$(0,6)$

　$12+b+c=27\rightarrow b+c=15$，$(b,c)=(9,6)$

　$12+b+c=36\rightarrow b+c=24$，これを満たす$(b,c)$はない。

$(b,c)=(4,2)$，$(0,6)$，$(9,6)$について確かめるといずれも$36=4\times9$で割り切れる。

　以上によって，

$7b5c$が4でも9でも割り切れるb，cの組は全部でウ$=3$個ある。

これらのうち，$7b5c$の値が最小になるのは$b=$エ$=0$，$c=$オ$=6$のときで，

$7b5c$の値が最大になるのは$b=9=$カ，$c=6=$キ

　また，$7b5c=(6\times n)^2=(3\times2\times n)^2=9\times4\times n^2$となる自然数$n$は

　$b=$ク$=0$，$c=$ケ$=6$，$n=$コサ$=14$

(3)

　$1188=2^2\times3^3\times11$のように素因数分解できる。

したがって正の約数は$(2+1)\times(3+1)\times(1+1)=24=$シス個ある。

　これらのうち，2の倍数は$2\times(3+1)\times(1+1)=16=$セソ個，

4の倍数は$1\times(3+1)\times(1+1)=8=$タ個ある。2の倍数であって4の倍数ではないものは$16-8=8$個ある。

　したがって，1188のすべての正の約数の積は$2^8\times(2^2)^8=2^{24}$の倍数である。したがって，正の約数の積を2進法で表すと，末尾には0が連続して$24=$チツ個並ぶ。

コメント：

　この問題は整数の表現に工夫が必要である。(1)は4の倍数とそれより小さな数の和によって表現し，求める数を絞り込む。(2)では，1000，100が4の倍数であることに着目し，4の倍数とそれより小さな数の和によって表し，4の倍数であるための条件を明らかにする。また$(1000-1)$，$(100-1)$，$(10-1)$が9の倍数であることに着目して，9の倍数であるための条件を明らかにする。9の倍数の各桁の数字の和は9の倍数であることは知っておくこと。

　(3)は1188を素因数分解することがスタートである。約数の個数については教科書に記載されている。チツの導出がやや難しい。セソ，タが導出のヒントになっている。2の倍数のうち，4の倍数が8個なので，2の倍数であって4の倍数ではないものは8個であることに注意する。

第５問（選択問題）（配点　20）

＜解答＞

(1)　アイ 28　ウ 7　エ 2　オカ 12　キ 7　クケ 21　コ 5

(2)　サシ 60　ス 2　セ 3　ソ 3　タ 4　チ 3　ツ 3

＜解説＞

△ABCにおいて，AB=3，BC=8，AC=7とする。

(1)

辺AC上に点DをAD=3となるようにとり，△ABDの外接円と直線BCの交点でBと異なるものをEとする。

方べきの定理により，BC・CE=AC・CD=7×4=28=アイ

であるから，CE$=\dfrac{28}{BC}=\dfrac{28}{8}=\dfrac{7}{2}=\dfrac{ウ}{エ}$である。

直線ABと直線DEの交点をFとするとき，△ABCと直線EDFに対してメネラウスの定理を適用すると，

$$\frac{BF}{AF}\cdot\frac{CE}{BE}\cdot\frac{AD}{CD}=\frac{BF}{AF}\cdot\frac{7/2}{9/2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{BF}{AF}\cdot\frac{7}{12}=1$$

$$\therefore\ \frac{BF}{AF}=\frac{オカ}{キ}=\frac{12}{7}$$

$$\frac{BF}{AF}=\frac{AF+BA}{AF}=1+\frac{3}{AF}=\frac{12}{7}$$

したがって AF $=\dfrac{21}{5}=\dfrac{クケ}{コ}$

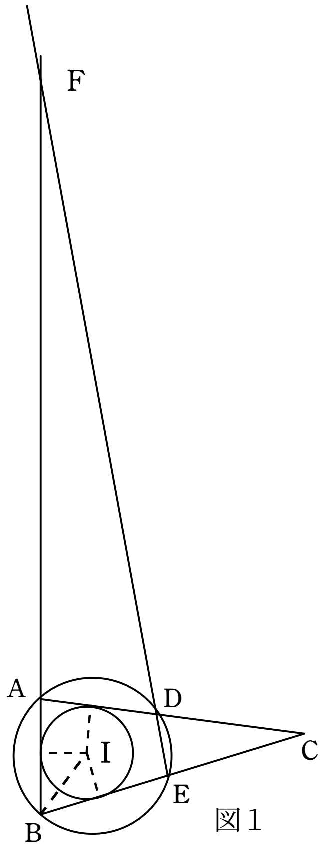

図１

(2)

余弦定理により，$\cos\angle ABC=\dfrac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\dfrac{1}{2}$，∴ ∠ABC=60°= サシ°

△ABCの面積は$S=\dfrac{1}{2}(\mathrm{AB}\sin\angle ABC)\mathrm{BC}=6\sqrt{3}$

内接円の半径は$R_i=2\times\dfrac{S}{AB+BC+CA}=\dfrac{12\sqrt{3}}{18}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{ス\sqrt{セ}}{ソ}$

△ABCの内心をIとするとBI $=\dfrac{R_i}{\sin 30^\circ}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}=\dfrac{タ\sqrt{チ}}{ツ}$

コメント：

図１のような略図を描いて考える。すると，方べきの定理，メネラウスの定理の適用がすんなり頭に浮かぶようでありたい。BF=AF+BAを利用するところが盲点になるかも知れないので注意。

内接円の半径を求めるために△ABCの面積を求める。そのためにも∠ABCを求めるように問題が構成されている。

<総評>

第３～５問から２つを選ぶ。第５問が扱い易いように感じた。

第１問　[１] 数学Ⅰ　第１問　[１](1)，(2)に同じ

[２] 数学Ⅰ　第１問　[２](1)，(2)に同じ

[３] 数学Ⅰ　第２問　(1)に同じ

第２問　[１] (1)，(2)　数学Ⅰ　第３問　(1)，(2)に同じ

[２] (1)，(2)　数学Ⅰ　第４問　(1)，(2)に同じ

(3)　数学Ⅰ　第４問　(3)に同じ

第３問　確率の問題。難易度はＢ。

第４問　整数，進数の問題。速やかに解くために少々工夫が必要だ。難易度はＢ。

第５問　図形の問題。難易度はＢ－。

170520