平成24年度（2012年度）センター試験　数学II　数学II・数学B　解説

数学　②　[数学II　数学II・B]　（100点，60分）

数　学　II（全問必答）

第１問（配点　30）

[１]　$a>0$，$a \fallingdotseq 1$として，不等式

$$2\log_a(8-x)>\log_a(x-2) \quad \cdots\cdots ①$$

を満たすxの値の範囲を求めよう。

真数は正であるから，ア$<x<$イが成り立つ。ただし，対数$\log_a b$に対し，aを底といい，bを真数という。

底aが$a<1$を満たすとき，不等式①は

$$x^2-\text{ウエ}x+\text{オカ}\ \text{キ}\ 0 \quad \cdots\cdots ②$$

となる。ただし，キについては，当てはまるものを次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪　$<$　　　①　$=$　　　②　$>$

したがって，真数が正であることと②から，$a<1$のとき，不等式①を満たすxのとり得る値の範囲はク$<x<$ケであることがわかる。

同様にして，$a>1$のときには，不等式①を満たすxのとり得る値の範囲はコ$<x<$サであることがわかる。

＜解説＞

[１]　ア２　イ８　ウエ17　オカ66　キ⓪　ク６　ケ８　コ２　サ６

真数は正であるから，$0<8-x$，$0<x-2$だから，$2<x<8 \quad \cdots\cdots ③$

底として$c>1$を選ぶと，

$2\log_a(8-x)=\dfrac{\log_c(8-x)^2}{\log_c a}$，とおくことができる。同様に，$\log_a(x-2)=\dfrac{\log_c(x-2)}{\log_c a}$

すると①は，$\dfrac{\log_c(8-x)^2}{\log_c a}>\dfrac{\log_c(x-2)}{\log_c a}$，

$a<1$とすれば，$\log_c a<0$だから，$\log_c(8-x)^2<\log_c(x-2)$，したがって$(8-x)^2<x-2$

したがって，$x^2-17x+66<0$，したがって，$(x-6)(x-11)<0$，したがって，$6<x<11$だが，③も考慮して，$6<x<8$である。

$a>1$のときには，$\log_c a>0$だから，$\log_c(8-x)^2>\log_c(x-2)$，$(8-x)^2>x-2$，

したがって，$0<(x-6)(x-11)$，したがって，$x<6$，$11<x$だが，③も考慮して，$2<x<6$

コメント：対数の式の変形の問題。対数の基本的性質と式の変形を理解していなければならない。底が1より大きいかどうかで，対数の正負が逆になることに注意しなければならない。ここが本問のポイントだ。

［2］ $0 \leqq \alpha \leqq \pi$として

$$\sin\alpha = \cos 2\beta$$

を満たすβについて考えよう。ただし，$0 \leqq \beta \leqq \pi$とする。

たとえば，$\alpha = \dfrac{\pi}{6}$のとき，βのとり得る値は$\dfrac{\pi}{シ}$と$\dfrac{ス}{シ}\pi$の二つである。

このように，αの各値に対して，βのとり得る値は二つある。そのうちの小さい方をβ_1，大きい方をβ_2とし

$$y = \sin\left(\alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3}\right)$$

が最大となるαの値とそのときのyの値を求めよう。

β_1，β_2をαを用いて表すと，$0 \leqq \alpha < \dfrac{\pi}{2}$のときは

$$\beta_1 = \frac{\pi}{セ} - \frac{\alpha}{ソ},\ \beta_2 = \frac{タ}{セ}\pi + \frac{\alpha}{ソ}$$

となり，$\dfrac{\pi}{2} \leqq \alpha \leqq \pi$のときは

$$\beta_1 = -\frac{\pi}{チ} + \frac{\alpha}{ツ},\ \beta_2 = \frac{テ}{チ}\pi - \frac{\alpha}{ツ}$$　となる。

したがって，$\alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{\beta_2}{3}$のとり得る値の範囲は

$$\frac{ト}{ナ}\pi \leqq \alpha + \frac{\beta_1}{2} + \frac{\beta_2}{3} \leqq \frac{ニヌ}{ネ}\pi$$

である。よって，yが最大となるαの値は$\dfrac{ノ}{ハヒ}\pi$であり，そのときのyの値はフであることがわかる。

フに当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪ $\dfrac{1}{2}$　　① 1　　② $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

＜解説＞

［2］ シ 6　ス 5　セ 4　ソ 2　タ 3　チ 4　ツ 2　テ 5　ト 3　ナ 8　ニヌ 11
ネ 8　ノ 3　ハヒ 22　フ ①

$\sin\dfrac{\pi}{6} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{6}\right) = \cos\dfrac{\pi}{3} = \cos 2\beta$だから，$\beta = \dfrac{\pi}{6}$。さらに$2\beta = 2\pi - \dfrac{\pi}{3}$，すなわち$\beta = \dfrac{5}{6}\pi$も解になる。

$0 \leqq \alpha < \dfrac{\pi}{2}$のときは,

$\sin\alpha = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos 2\beta$だから，$2\beta_1 = \dfrac{\pi}{2} - \alpha$，$\beta_1 = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\alpha}{2}$

また，$\cos 2\beta_1 = \cos(2\pi - 2\beta_1)$だから，$2\beta_2 = 2\pi - 2\beta_1$，$\beta_2 = \pi - \beta_1 = \dfrac{3}{4}\pi + \dfrac{\alpha}{2}$

$\dfrac{\pi}{2} \leqq \alpha \leqq \pi$のときは,

$\sin\alpha = \cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{2}\right) = \cos 2\beta$だから，$2\beta_1 = \alpha - \dfrac{\pi}{2}$，$\beta_1 = \dfrac{\alpha}{2} - \dfrac{\pi}{4}$

また，$2\beta_2 = 2\pi - 2\beta_1$だから，$\beta_2 = \pi - \beta_1 = \dfrac{5}{4}\pi - \dfrac{\alpha}{2}$

$\alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{\beta_2}{3} = \alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{1}{3}(\pi - \beta_1) = \alpha + \dfrac{1}{6}\beta_1 + \dfrac{1}{3}\pi$

$0 \leqq \alpha < \dfrac{\pi}{2}$のときは，$\beta_1 = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\alpha}{2}$だから，$\alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{\beta_2}{3} = \dfrac{11}{12}\alpha + \dfrac{3}{8}\pi$

$\dfrac{\pi}{2} \leqq \alpha \leqq \pi$のときは，$\beta_1 = \dfrac{\alpha}{2} - \dfrac{\pi}{4}$だから，$\alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{\beta_2}{3} = \dfrac{13}{12}\alpha + \dfrac{7}{24}\pi$

したがって，$\alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{\beta_2}{3}$は$\alpha = 0$のとき最小値$\dfrac{3}{8}\pi$，$\alpha = \pi$のとき最大値$\dfrac{11}{8}\pi$を取るから,

$\dfrac{3}{8}\pi \leqq \alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{\beta_2}{3} \leqq \dfrac{11}{8}\pi$，$y = \sin\left(\alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{\beta_2}{3}\right)$が最大値となるのは,

$\alpha + \dfrac{\beta_1}{2} + \dfrac{\beta_2}{3} = \dfrac{1}{2}\pi$，すなわち$\dfrac{11}{12}\alpha + \dfrac{3}{8}\pi = \dfrac{1}{2}\pi$だから，$\alpha = \dfrac{3}{22}\pi$

このときのyの値は1である。

コメント：三角関数の理解と計算力を問う問題。$0 \leqq \beta \leqq \pi$だから，$0 \leqq 2\beta \leqq 2\pi$であることに注意する。$\cos 2\beta_1 = c\ (>0)$ ならば，$2\beta_2 = 2\pi - 2\beta_1$も$\cos 2\beta = c$の解になる。つまり，$\beta_1 + \beta_2 = \pi$であることが，この問題のポイントである。$\alpha$に関する場合分けが必要になるのは，$\sin\alpha = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos 2\beta$とするとき，$0 \leqq 2\beta \leqq 2\pi$だから，$\sin\alpha = \cos\left|\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right|$とする必要があるからである。

後はごしゃごしゃとした計算が必要になるが，めげないで落ち着いて計算してゆく。

第２問（配点 30）

座標平面上で曲線$y = x^3$をCとし，放物線$y = x^2 + px + q$をDとする。

(1)　曲線C上の点P$(a\,,\ a^3)$におけるCの接線の方程式は

$$y = 3a^{ア}x - イa^{ウ}$$

である。放物線Dは点Pを通り，DのPにおける接線と，CのPにおける接線が一致するとする。このときpとqをaを用いて表すと

$$\begin{cases} p = 3a^{エ} - オa \\ q = カキa^3 + a^{ク} \end{cases} \quad \cdots\cdots ①$$

となる。

以下，p，qは①を満たすとする。

(2)　放物線Dがy軸上の与えられた点Q$(0\,,\ b)$を通るとき

$$b = ケコa^3 + a^{サ} \quad \cdots\cdots ②$$

が成り立つ。与えられたbに対して，②を満たすaの値の個数を調べよう。

そのために，関数

$$f(x)=\text{ケコ}x^3+x^{\text{サ}}$$

の増減を調べる。関数$f(x)$は，$x=$シで極小値スをとり，

$x=\dfrac{\text{セ}}{\text{ソ}}$で極大値$\dfrac{\text{タ}}{\text{チツ}}$をとる。

関数$y=f(x)$のグラフをかくことにより，ス$<b<\dfrac{\text{タ}}{\text{チツ}}$のとき，②を満たす$a$の値の個数はテであることがわかる。

(3)　放物線Dの頂点がx軸上にあるのは，$a=$ト，$\dfrac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$の二つの場合である。

$a=$トのときの放物線をD_1，$a=\dfrac{\text{ナ}}{\text{ニ}}$のときの放物線を$D_2$とする。$D_1$，$D_2$と$x$軸とで囲まれた図形の面積は$\dfrac{2^{\text{ヌ}}}{3^{\text{ネノ}}}$である。

<解説>

(1)　ア 2　イ 2　ウ 3　エ 2　オ 2　カキ -2　ク 2

$y=x^3$に対し，$y'=3x^2$だから，点P$(a,\ a^3)$におけるCの接線の方程式は，

$y=3a^2x-2a^3$　　…… ③

放物線$y=x^2+px+q$に対して，$y'=2x+p$だから，P$(a,\ a^3)$におけるDの接線の方程式は，

$y-a^3=(2a+p)(x-a)$，$y=(2a+p)x-a(2a+p)$　　…… ④

またDは点Pを通るから，$a^3=a^2+pa+q$　　…… ⑤

③，④を比較して，$3a^2=2a+p$だから，$p=3a^2-2a$

⑤から，$q=a^3-a^2-pa=-2a^3+a^2$

(2)　ケコ -2　サ 2　シ 0　ス 0　セ 1　ソ 3　タ 1　チツ 27　テ 3

放物線Dは，$y=x^2+(3a^2-2a)x-2a^3+a^2$　　…… ⑥

これが点Q$(0,\ b)$を通るとき，$b=-2a^3+a^2$　　…… ②

$f(x)=-2x^3+x^2$，$f'(x)=-6x^2+2x=-6x\left(x-\dfrac{1}{3}\right)$だから，

$f(x)$は$x=0$で極小値0をとり，$x=\dfrac{1}{3}$で極大値$\dfrac{1}{27}$をとる。

$y=f(x)$のグラフをかくと，$0<b<\dfrac{1}{27}$のとき，

②を満たすaの個数は3であることがわかる。

（図１のグラフは分かり易いようにy軸方向に引き伸ばしている）

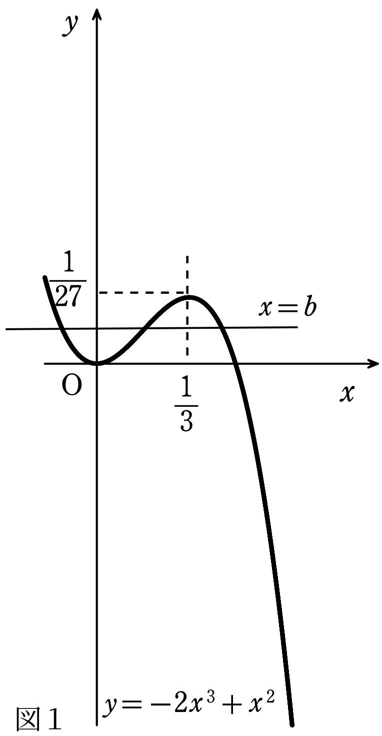

図１

(3)　ト 0　ナ 4　ニ 9　ヌ 4　ネノ 10

⑥を変形すると，$y=\left\{x+\left(\dfrac{3a^2-2a}{2}\right)\right\}^2-\left(\dfrac{3a^2-2a}{2}\right)^2-2a^3+a^2$

放物線Dの頂点がx軸上にあるためには，$-\left(\dfrac{3a^2-2a}{2}\right)^2-2a^3+a^2=0$

これを解くと，$a=0$，$a=\dfrac{4}{9}$

放物線D_1は$y=x^2$，放物線D_2は$y=\left(x-\dfrac{4}{27}\right)^2$，図２に示すように

両放物線の交点のx座標が$\dfrac{2}{27}$，またx軸がD_1と囲む図形と，x軸がD_2と囲む図形は同じだから，

D_1，D_2とx軸で囲まれた図形の面積は，$2\displaystyle\int_0^{\frac{2}{27}}x^2dx=2\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{2}{27}}=\frac{2^4}{3^{10}}$

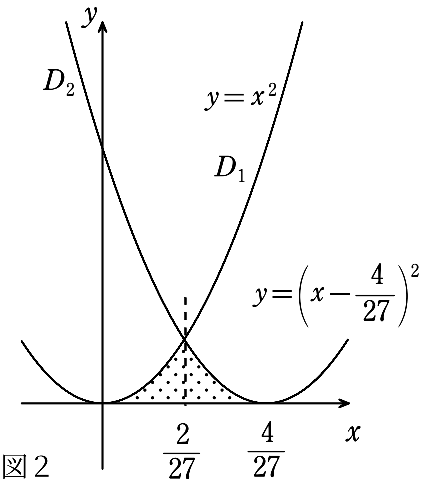

図２

コメント：2次関数，3次関数のの微分積分に関する問題。接線の方程式は直ちに導くことができなければならない。3次関数のグラフの形や3つの解の存在条件などを導くことが必要である。放物線の頂点がx軸上にあるとは，頂点のy座標が0ということである。

第３問（配点　20）

Oを原点とする座標平面上に2点A$(1,a)$，B$(0,2)$をとる。三角形OABの重心をG，直線AGと辺OBの交点をLとおく。Lの座標は(0，ア)である。線分OL上に点P$(0,t)$をとり，直線PGと直線ABとの交点をQとする。Pが線分OL上を動くとき，三角形PBQの面積Sの最小値を求めよう。

Gの座標は$\left(\dfrac{イ}{ウ},\dfrac{エ+オ}{ウ}\right)$であるから，PGの方程式は

$y=(カ+キ-ク\,t)x+t$

となる。ただし，エとオの解答の順序，およびカとキの解答の順序は問わない。

またABの方程式は

$y=(ケ-コ)x+サ$

であるから，Qのx座標は

$$\frac{\text{シ}-t}{\text{ス}-\text{セ}t}$$

である。

したがって，三角形 BPQの面積Sをtを用いて表すと

$$S=\frac{(\text{ソ}-t)^2}{\text{タ}(\text{ス}-\text{セ}t)}$$

となる。ここで，式を簡単にするために，$u=\text{ス}-\text{セ}t$とおくと

$$S=\frac{1}{\text{チツ}}\left(u+\frac{\text{テ}}{u}+\text{ト}\right)$$

となる。

Pが線分OL上を動くとき，uの取り得る値の範囲はナ$\leqq u \leqq$ニである。

相加平均と相乗平均の関係により

$$u+\frac{\text{テ}}{u}\geqq \text{ヌ}$$

となり，等号は$u=$ネのときに成り立つ。したがって，$u=$ネのとき，Sは最小値$\dfrac{\text{ノ}}{\text{ハ}}$をとる。

また，このときのPGの傾きはヒである。

＜解説＞

ア1　イ1　ウ3　エa　オ2　カa　キ2　ク3　ケa　コ2　サ2　シ2　ス4　セ3　ソ2
タ2　チツ18　テ4　ト4　ナ1　ニ4　ヌ4　ネ2　ノ4　ハ9　ヒa

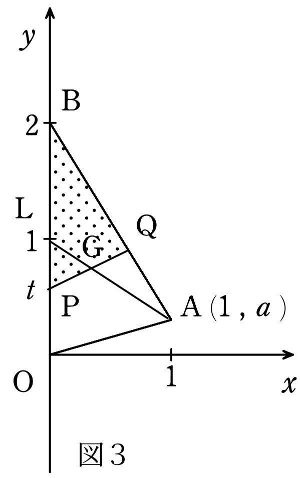

図3

図3を参照して考える。

頂点Aと重心Gを結ぶ直線と辺OBの交点LはOBの中点だから，Lの座標は(0 , 1)である。

重心Gに関して，LG：GA＝1：2だから，Gの座標は$\left(\frac{1}{3}, \frac{a+2}{3}\right)$となり，PGの方程式は

$$y=(a+2-3t)x+t$$

またABの方程式は$y=(a-2)x+2$であるから，

QはPGとABの交点だから，そのx座標は，$\dfrac{2-t}{4-3t}$である。

三角形BPQの面積は$\frac{1}{2}\times$BP$\times$（Qのx座標）$=\frac{1}{2}(2-t)\times\frac{2-t}{4-3t}=\frac{(2-t)^2}{2(4-3t)}$

ここで，$u=4-3t$とおくと，$S=\dfrac{1}{18}\left(u+\dfrac{4}{u}+4\right)$

$0\leqq t\leqq 1$だから，$0\leqq\dfrac{4-u}{3}\leqq 1$となり，$1\leqq u\leqq 4$である。

相加平均と相乗平均の関係により，$\dfrac{u+\dfrac{4}{u}}{2}\geqq\sqrt{u\times\dfrac{4}{u}}=2$，したがって，$u+\dfrac{4}{u}\geqq 4$となり，

等号は$u=\dfrac{4}{u}$，すなわち$u=2$のとき成り立つ。このときSは最小値$\dfrac{4}{9}$をとる。

$u=2$のとき，$t=\dfrac{2}{3}$だから，Pの座標は$\left(0,\dfrac{2}{3}\right)$，Gの座標は$\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{a+2}{3}\right)$であり，

PGの傾きはaである。

コメント：直線図形の方程式による扱いの問題。重心の性質は覚えておかねばならない。重心は頂点と対辺の中点とを結ぶ3本の直線の交点である。重心は3本の中線を1：2に内分する。相加平均と相乗平均の意味と両者の関係についても覚えておかねばならない。誘導的にできている問題だから，さほど難しさは感じないだろう。

第４問（配点 20）

aを実数とし，次数が3以下の整式$P(x)$は

$$P(1)=0,\ P(2)=a,\ P(3)=2,\ P(4)=6$$

を満たすとする。$P(1)=0$であるので，因数定理から，$P(x)$は$x-$アで割り切れ，

次数が2以下の整式$Q(x)$で

$$P(x)=(x-\text{ア})Q(x)$$

を満たすものがある。$Q(x)$を求めるために

$$Q(x)=r(x-2)(x-3)+s(x-2)+t$$

とおいて，定数r，s，tをaを用いて表してみよう。$P(2)=a$から$t=$イとなり，次に，$P(3)=2$から$s=$ウエ＋オとなる。さらに，$P(4)=6$から$r=\dfrac{\text{カ}}{\text{キ}}$となる。したがって，$Q(x)$は

$$\frac{1}{\text{キ}}\{\text{カ}x^2+(\text{クケ}a+\text{コ})x+\text{サシ}a-\text{ス}\}$$

である。方程式$P(x)=0$が虚数解をもつようなaの値の範囲は

$$\text{セ}-\text{ソ}\sqrt{\text{タ}}<a<\text{セ}+\text{ソ}\sqrt{\text{タ}}$$

である。この範囲にある最小の整数はチである。$a=$チのとき，方程式$P(x)=0$の虚数解は

$$\frac{\text{ツ}\pm\sqrt{\text{テ}}\,i}{\text{ト}}$$

である。

＜解説＞

ア 1　イ a　ウエ $-a$　オ 1　カ a　キ 2　クケ -7　コ 2　サシ 12　ス 4　セ 6　ソ 4　タ 2

チ 1　ツ 5　テ 7　ト 2

$P(1)=0$であれば，$P(x)$は$(x-1)$で割り切れる。$P(2)=a=(2-1)Q(2)=t$だから，$t=a$である。
$P(3)=2=(3-1)Q(3)=2s(3-2)+2t=2s+2a$だから，$s=-a+1$となる。

$P(4)=6=(4-1)Q(4)=3r(4-2)(4-3)+3s(4-2)+3t=6r-6a+6+3a$だから，$r=\dfrac{a}{2}$となる。

したがって，$Q(x)$は

$$Q(x)=r(x-2)(x-3)+s(x-2)+t=\frac{a}{2}(x-2)(x-3)+(-a+1)(x-2)+a$$

$$=\frac{1}{2}\{ax^2+(-7a+2)x+12a-4\}$$

方程式$P(x)=0$が虚数解をもつということは，$Q(x)$が虚数解をもつことであるから，
2次方程式$ax^2+(-7a+2)x+12a-4=0$が虚数解をもつためには，解の判別式
$(-7a+2)^2-4a(12a-4)=a^2-12a+4=(a-6)^2-32<0$だから，$6-4\sqrt{2}<a<6+4\sqrt{2}$である。
この範囲にあるaの最小の整数は1である。

$a=1$のとき，方程式$Q(x)=0$は$x^2-5x+8=0$になるから，$x=\dfrac{5\pm\sqrt{7}\,i}{2}$

コメント：3次式の変形の問題だが，実質的に2次方程式の解の問題。問題の流れに沿って，思考を進めてゆけば，自ずと正答に至る。2次方程式の解の判別式は覚えていなければならない。

＜総評＞

問題の分野構成は昨年度とほぼ同様である。各分野の基礎的な理解を問うものだから，教科書をしっかり理解できていれば，対応できる。60分という時間の制約が厳しいのだが，80%以上の高得点を得るには，過去問題，類似問題を数多くこなして問題の本質を捉える直感力と計算力を磨いておくことが大事だろう。

第１問［１］　対数の式の変換に関する問題。難易度はＣ

　　　［２］　三角関数の変形や変数の範囲に関する問題。難易度はＢ＋

第２問　放物線の接線や積分に関する問題。難易度はＢ

第３問　1次関数による図形に関する問題。難易度はＢ

第４問　2次関数，3次関数の変形と方程式の解に関する問題。難易度はＣ

数学Ⅱ・数学Ｂ

第１問（必答問題）（配点　30）

数学Ⅱの第１問に同じ

第２問（必答問題）（配点　30）

数学Ⅱの第２問に同じ

第３問（選択問題）（配点　20）

$\{a_n\}$を$a_2=-\dfrac{7}{3}$，$a_5=-\dfrac{25}{3}$である等差数列とし，自然数nに対して，

$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$とおく。$a_1=\dfrac{アイ}{ウ}$であり，$\{a_n\}$の公差はエオである。したがって

$$a_n=カキn+\frac{ク}{ケ} \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

$$S_n=コn^2+\frac{サ}{シ}n \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

である。

次に，数列$\{b_n\}$は

$$\sum_{k=1}^{n}b_k=\frac{4}{3}b_n+S_n \qquad (n=1,2,3,\cdots) \qquad \cdots\cdot ①$$

を満たすとする。数列$\{b_n\}$の一般項を求めよう。①から，$b_1=$スである。

さらに，$\sum_{k=1}^{n+1}b_k=\sum_{k=1}^{n}b_k+b_{n+1}$に注意して，①を利用すると

$$b_{n+1}=セb_n+ソn+タ \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

が成り立ち，この等式は

$$b_{n+1}+チ(n+1)+ツ=セ(b_n+チn+ツ) \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

と変形できる。ここで，

$$c_n=b_n+チn+ツ \qquad (n=1,2,3,\cdots) \qquad \cdots\cdot ②$$

とおくと，$\{c_n\}$は，$c_1=$テ，公比がトの等比数列であるから，

②により

$$b_n=ナ^{ニ}-ヌn-ネ \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

である。ただし，ニについては，当てはまるものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。

⓪ $n-2$ ① $n-1$ ② n ③ $n+1$ ④ $n+2$

＜解説＞

アイ -1 ウ 3 エオ -2 カキ -2 ク 5 ケ 3 コ $-$ サ 2 シ 3 ス 1 セ 4 ソ 6 タ 1
チ 2 ツ 1 テ 4 ト 4 ナ 4 ニ ② ヌ 2 ネ 1

$\{a_n\}$の公差は，$\dfrac{a_5-a_2}{3}=-2$だから，$a_1=a_2-(-2)=\dfrac{-1}{3}$である。

したがって，等差数列$\{a_n\}$の一般項は

$$a_n=-\frac{1}{3}-2(n-1)=-2n+\frac{5}{3} \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

初項$\dfrac{-1}{3}$，公差-2の等差数列のn項までの和は

$$S_n=\frac{1}{2}n\left\{\frac{-2}{3}-2(n-1)\right\}=-n^2+\frac{2}{3}n \qquad (n=1,2,3,\cdots)$$

①で$n=1$とすれば，$b_1=\dfrac{4}{3}b_1+S_1$，$b_1=-3S_1=1$

さらに，①を利用すれば，$b_{n+1}=\sum_{k=1}^{n+1}b_k-\sum_{k=1}^{n}b_k=\frac{4}{3}b_{n+1}+S_{n+1}-\frac{4}{3}b_n-S_n$

したがって，$b_{n+1}=4b_n+3(S_n-S_{n+1})=4b_n+6n+1\qquad(n=1,2,3,\cdots)$

これを変形すると，$b_{n+1}+2(n+1)+1=4(b_n+2n+1)\qquad(n=1,2,3,\cdots)$

ここで，$c_n=b_n+2n+1\qquad(n=1,2,3,\cdots)\qquad\cdots\cdot$②’

とおくと，$\{c_n\}$は，$c_1=b_1+2+1=1+3=4$，$c_{n+1}=4c_n$だから，公比が4の等比数列であるから

②’により，$c_n=4\times4^{n-1}=b_n+2n+1$となる。したがって，$b_n=4^n-2n-1\qquad(n=1,2,3,\cdots)$

である。

コメント：等差数列，等比数列の一般項，数列和などの公式を使いこなすことが必要である。

(b_n+2n+1)が等比数列になるように式を変形するところがポイント。これによって，数列$\{b_n\}$の一般項が求まる。

第４問（選択問題）（配点　20）

空間に異なる4点O，A，B，Cを，$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OB}\perp\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OA}$となるようにとり，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とおく。さらに，3点D，E，Fを，$\overrightarrow{OD}=\vec{a}+\vec{b}$，$\overrightarrow{OE}=\vec{b}+\vec{c}$，$\overrightarrow{OF}=\vec{a}+\vec{c}$となるようにとり，線分BDの中点をL，線分CEの中点をMとし，線分ADを3：1に内分する点をNとする。

(1)　$\overrightarrow{OM}$，$\overrightarrow{ON}$は，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて

$$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{ア}\vec{b}+\vec{c},\quad \overrightarrow{ON}=\vec{a}+\frac{イ}{ウ}\vec{b}$$

と表される。

(2)　２直線FL，MNが交わることを確かめよう。$0<s<1$とし，線分FLを$s:(1-s)$に内分する点をPとする。$\overrightarrow{OP}$は，sと$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて

$$\overrightarrow{OP}=\left(エ-\frac{s}{オ}\right)\vec{a}+s\vec{b}+(カ-\mathrm{s})\vec{c}$$

と表される。$s=\frac{キ}{ク}$のとき，$\overrightarrow{MP}=\frac{ケ}{コ}\overrightarrow{MN}$となるので，M，N，Pは一直線上にある。

よって，2直線FL，MNは交わることがわかる。

(3)　2直線FL，MNの交点をGとする。$\overrightarrow{OG}$，$\overrightarrow{GF}$は，$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて

$$\overrightarrow{OG}=\frac{サ}{セ}(ス\vec{a}+セ\vec{b}+\vec{c})$$

$$\overrightarrow{GF}=\frac{サ}{セ}(\vec{a}-セ\vec{b}+ソ\vec{c})$$

と表される。

$|\vec{a}|=\sqrt{5}$，$|\vec{b}|=4$，$|\vec{c}|=\sqrt{3}$とする。このとき，$|\overrightarrow{GF}|=タ$，$|\overrightarrow{GM}|=2$となる。

次に，直線OC上に点Hをとり，実数tを用いて，$\overrightarrow{OH}=t\vec{c}$と表す。

$\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{GH}$，$\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GH}$は，$t$を用いて

$\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{GH}=$チ$t+\dfrac{\text{ツテ}}{\text{ト}}$　　 ････①

$\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GH}=2t+\dfrac{10}{3}$　　 ････②

と表される。

さらに，∠FGH＝∠MGHとする。このときのtの値を求めよう。

$|\overrightarrow{GF}|=$タ，$|\overrightarrow{GM}|=2$と∠FGH＝∠MGHであることから

$\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{GH}=\dfrac{\text{ナ}}{\text{ニ}}\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GH}$　　 ････③

が成り立つ。①，②，③から，$t=\dfrac{\text{ヌ}}{\text{ネ}}$である。

＜解説＞

やや錯綜するが，図１のような図を描いて考えよう。

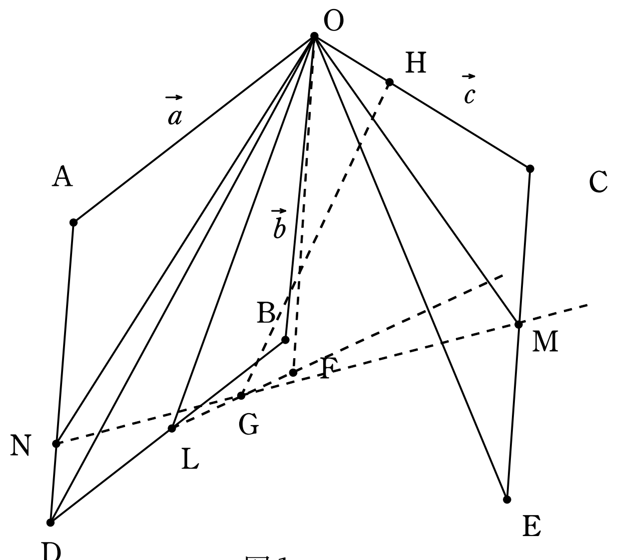

図１

(1)　ア２　イ３　ウ４

Mは線分CEの中点だから，$\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OE})=\dfrac{1}{2}\vec{c}+\dfrac{1}{2}(\vec{b}+\vec{c})=\dfrac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

Nは線分ADを3：1に内分する点だから，$\overrightarrow{ON}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\dfrac{3}{4}\overrightarrow{OD}=\dfrac{1}{4}\vec{a}+\dfrac{3}{4}(\vec{a}+\vec{b})=\vec{a}+\dfrac{3}{4}\vec{b}$

(2)　エ１　オ２　カ１　キ２　ク３　ケ２　コ３

Pは線分FLを$s:(1-s)$に内分する点だから，$\overrightarrow{OP}=s\,\overrightarrow{OL}+(1-s)\overrightarrow{OF}$

しかるに，Lは線分BDの中点だから，$\overrightarrow{OL}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD})=\dfrac{1}{2}(\vec{b}+\vec{a}+\vec{b})$だから，

$$\overrightarrow{OP}=\frac{s}{2}(\vec{a}+2\vec{b})+(1-s)(\vec{a}+\vec{c})=\left(1-\frac{s}{2}\right)\vec{a}+s\vec{b}+(1-s)\vec{c}$$

一方，(1)の結果を使って

$$\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OP}=-\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}+\left(1-\frac{s}{2}\right)\vec{a}+s\vec{b}+(1-s)\vec{c}=\left(1-\frac{s}{2}\right)\vec{a}+\left(s-\frac{1}{2}\right)-s\vec{c}$$

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{ON}=-\dfrac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}+\vec{a}+\dfrac{3}{4}\vec{b}=\vec{a}+\dfrac{1}{4}\vec{b}-\vec{c}$

$\overrightarrow{MP}=k\overrightarrow{MN}$となるかどうか考察する。$\left(1-\dfrac{s}{2}\right)\vec{a}+\left(s-\dfrac{1}{2}\right)-s\vec{c}=k\vec{a}+\dfrac{1}{4}k\vec{b}-k\vec{c}$とすれば，

$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$は互いに直交するので，両辺の$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$の各係数は等しい。

したがって，$k=1-\dfrac{s}{2}$，$\dfrac{k}{4}=s-\dfrac{1}{2}$，$k=s$だから，$k=s=\dfrac{2}{3}$を得る。

したがって，$\overrightarrow{MP}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{MN}$となって，M，N，Pは一直線上にある。

(3)　サ1　シ3　ス2　セ2　ソ2　タ3　チ2　ツテ16　ト3　ナ3　ニ2　ヌ1　ネ3

$\overrightarrow{OP}$で$s=\dfrac{2}{3}$のときが$\overrightarrow{OG}$だから，$\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{3}(2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c})$

$\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{OF}=-\dfrac{1}{3}(2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c})+\vec{a}+\vec{c}=\dfrac{1}{3}(\vec{a}-2\vec{b}+2\vec{c})$

$|\vec{a}|=\sqrt{5}$，$|\vec{b}|=4$，$|\vec{c}|=\sqrt{3}$とすれば，$|\overrightarrow{GF}|=\dfrac{1}{3}\sqrt{(\vec{a})^2+4(\vec{b})^2+4(\vec{c})^2}=3$となる。

ここで$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$は互いに直交するので，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}=0$を用いた。

$\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{OH}=-\dfrac{1}{3}(2\vec{a}+2\vec{b}+\vec{c})+t\vec{c}$であるから，

$\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{GH}=\dfrac{-2}{9}(\vec{a})^2+\dfrac{4}{9}(\vec{b})^2+\dfrac{-2}{9}(\vec{c})^2+\dfrac{2}{3}t(\vec{c})^2=\dfrac{-10}{9}+\dfrac{64}{9}-\dfrac{6}{9}+2t=2t+\dfrac{16}{3}$　・・・・①’

$\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GH}=2t+\dfrac{10}{3}$　・・・・②

$\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{GH}=|\overrightarrow{GF}||\overrightarrow{GH}|\cos\angle \mathrm{FGH}=3|\overrightarrow{GH}|\cos\angle \mathrm{FGH}$

$\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GH}=|\overrightarrow{GM}||\overrightarrow{GH}|\cos\angle \mathrm{MGH}=2|\overrightarrow{GH}|\cos\angle \mathrm{MGH}$

$\angle\mathrm{FGH}=\angle\mathrm{MGH}$だから，$\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{GH}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{GM}\cdot\overrightarrow{GH}$　・・・・③’

①’，②，③’から，$2t+\dfrac{16}{3}=\dfrac{3}{2}\left(2t+\dfrac{10}{3}\right)=3t+5$，$t=\dfrac{1}{3}$となる。

コメント：立体図形のベクトルによる取扱いの問題。図を描き，理解を深め，迅速に考察できるようにする。ベクトルの加減算による表現，ベクトルの内積による表現などは的確に理解していなければならない。(2)では(1)の結果を利用して，2 直線FL，MNが交わることを証明する。FL上のある点PにMから向かうベクトル$\overrightarrow{MP}$と$\overrightarrow{MN}$の方向が一致すれば，点Pが2 直線FL，MNの交点である。

中点や内分点への頂点からの直線のベクトル表示は迅速に書き下せるようにしておきたい。

(3)ではベクトル表示，ベクトルの絶対値，ベクトルの内積，角度などが出てきて，一見して複雑な問題に見えてくる。しかし、落ち着いて考えれば，難しい問題を課しているわけではないことがわかる。しかし時間に追われて，めげてしまわないようにしたい。

立体図形は苦手，という生徒も多いだろう。筆者もそうだった。一方で，立体感覚に富んだ生徒もいる。その点で有利不利は否めないかも知れないが，こうした問題は，とにかく図を描いて考えるということである。できるだけ、ていねいに，きれいに。

第５問（選択問題）（配点　20）

ある高等学校のＡクラスには全部で20人の生徒がいる。次の表は，その20人の生徒の国語と英語のテストの結果をまとめたものである。表の横軸は国語の得点を，縦軸は英語の得点を表し，表中の数値は，国語の得点と英語の得点の組み合わせに対応する人数を表している。ただし，得点は0以上10以下の整数値をとり，空欄は0人であることを表している。たとえば，国語の得点が7点で英語の得点が6点である生徒の人数は2である。

（点）10											
9											
8							1		1		
7						5					
6					4	1	1	2			
英語　5						2					
4				1	1						
3				1							
2											
1											
0											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

国語　（点）

また，次の表は，Ａクラスの20人について，上の表の国語と英語の得点の平均値と分散をまとめたものである。ただし，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入されていない。

	国語	英語
平均値	B	6.0
分散	1.60	C

以下，小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ。途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

(1)　Ａクラスの20人のうち，国語の得点が4点の生徒はア人であり，英語の得点が国語の得点以下の生徒はイ人である。

(2)　Ａクラスの20人について，国語の得点の平均値Ｂはウ．エ点であり，英語の得点の分散Ｃの値はオ．カキである。

(3)　Ａクラスの20人のうち国語の得点が平均値ウ．エ点と異なり，かつ，英語の得点も平均値6.0点と異なる生徒はク人である。

Ａクラスの20人について，国語の得点と英語の得点の相関係数の値はケ．コサシである。

次の表は，Ａクラスの20人に他のクラスの40人を加えた60人の生徒について，前の表と同じ国語と英語のテストの結果をまとめたものである。この60人について，国語の得点の平均値も英語の得

点の平均値も，それぞれちょうど5.4点である。

英語（点）＼国語（点）	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10											
9											
8							1		1		
7						5			2	1	
6					4	1	8	5	F		
5					3	5	5	1			
4			2	2	D	E	2	2			
3		1		1							
2											
1											
0											

(4)　上の表でD，E，Fを除いた人数は52人である。その52人について，国語の得点の合計はスセソ点であり，英語の得点の合計は288点である。

　したがって，連立方程式

　　　D＋E＋F＝タ

　　　4D＋5E＋8F＝チツ

　　　4D＋4E＋6F＝36

を解くことによって，D，E，Fの値は，それぞれ，テ人，ト人，ナ人であることがわかる。

(5)　60人からＡクラスの20人を除いた40人について，英語の得点の平均値はニ．ヌ点であり，中央値はネ．ノ点である。

(6)　60人のうち，国語の得点がx点である生徒について，英語の得点の平均値$M(x)$と英語の得点の中央値$N(x)$を考える。ただし，xは1以上9以下の整数とする。このとき，$M(x) \fallingdotseq N(x)$となるxはハ個あり，$M(x) < x$ かつ $N(x) < x$となるxはヒ個ある。

　注）上記について，試験開始前に問題訂正があった。

　　（誤）　…x はハ個あり，$M(x) < x$かつ…

　　（正）　…x はハ個ある。一方，$M(x) < x$かつ…

<解説>

(1)　ア5　イ8

　国語の得点が4の生徒は，表から1＋4＝5人である。英語の得点が国語の得点以下の生徒は，表の対角線以下の数を足した数で，8人である。

(2)　ウ5　エ0　オ1　カキ60

　国語の得点の平均値は，$B = \frac{3\times2+4\times5+5\times8+6\times2+7\times2+8\times1}{20} = \frac{100}{20} = 5.0$

英語の得点	3	4	5	6	7	8
人数	1	2	2	8	5	2
得点－平均点	-3	-2	1	0	1	2
$(得点-平均点)^2$	9	4	1	0	1	4
$(得点-平均点)^2\times$人数	9	8	2	0	5	8

$(得点-平均点)^2\times$人数の和は32だから，英語の得点の分散Ｃは$\dfrac{32}{20}=1.6$

(3)　ク５　ケ０　コサシ625

国語の得点が平均値5.0と異なる人数は12人，そのうち英語の得点が平均値6.0と異なる人数は5人である。前記の5人について，

$\dfrac{国語の得点-国語の平均値}{国語の標準偏差}\times\dfrac{英語の得点-英語の平均値}{英語の標準偏差}$の和を計算する。

国語も英語も分散が1.6だから，（国語の標準偏差）×（英語の標準偏差）＝1.6

$\{(3-5)(3-6)+(3-5)(4-6)+(4-5)(4-6)+(6-5)(8-6)+(8-5)(8-6)\}/1.6=20/1.6=12.5$

相関係数$=\dfrac{12.5}{生徒総数}=\dfrac{12.5}{20}=0.625$

(4)　スセソ282　タ８　チツ42　テ４　ト２　ナ２

Ｄ，Ｅ，Ｆを除いた人数52人について国語の得点の合計を表から求める。

国語の得点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
人数	1	2	3	7	11	16	8	3	1	
得点×人数	1	4	9	28	55	96	56	24	9	国語の得点の合計＝282

Ｄ，Ｅ，Ｆの人数の合計は60－52＝8である。

国語の平均点は5.4点だから，60人全員の国語の得点の合計は5.4×60＝324，したがって人数Ｄ，Ｅ，Ｆの国語の得点の合計，すなわち4Ｄ＋5Ｅ＋8Ｆ＝324－282＝42

4Ｄ＋4Ｅ＋6Ｆ＝36は，人数Ｄ，Ｅ，Ｆの英語の得点の合計である。

(5)　ニ５　ヌ１　ネ５　ノ０

60人の英語の総得点は5.4×60＝324，Ａクラス20人の英語の総得点は6.0×20＝120

したがって，Ａクラスの20人を除いた40人の総得点は324－120＝204だから，平均値は$\dfrac{204}{40}=5.1$

60人の表からＡクラス20人の表の数を引いて，40人のうち得点の低い方から20番目と21番目の者の得点は5.0だから，中央値は5.0

(6)　ハ５　ヒ３

英語の得点xに対し，平均値$M(x)$と中央値$N(x)$が等しくなるのは，人数がある得点に関して対称に分布している場合だから，$M(x)\fallingdotseq N(x)$となるxは5個である。

表に対角線を引いて考える。対角線の下側の人数が多い場合に，$M(x)<x$かつ$N(x)<x$となる可能性がある。$x=7,8,9$では明らかに$M(x)<x$かつ$N(x)<x$である。$x=6$では，中央値が6で$N(x)<x$にはならない。したがって，$M(x)<x$かつ$N(x)<x$となるのは3個ある。

コメント：統計の基本的な問題である。教科書に沿って，統計量の概念を理解していれば，正答できる。整数の四則演算をするが，計算量が多いので，めげないでやりきること。

(1)では表を読む力が必要である。

(2)平均値，分散を与えられた表の数値から具体的に求める過程が問われる。分散を要領よく求めるには，自分なりの表を作らねばならない。

(3)相関係数の定義と求め方を知っていなければならない。教科書に記載されている。ここで，国語，英語のいずれかの平均値と等しい得点は，相関係数の算出には関係ない。本問の前半がそのための誘導になっている。

(4)表を読む力が必要である。平均値の意味を的確に理解していることが必要である。（平均値×人数）＝得点合計である。

(5)平均値×人数が得点合計であることを利用して，40人の英語の得点の平均値を求める。

(6)表を見て，$M(x)<x$かつ$N(x)<x$となるのはどのような場合かを直感的にわかるようになりたい。

第６問（選択問題）（配点　20）

与えられた二つの自然数MとNについて，Mから始まるN個の連続する自然数の積$M\times(M+1)\times(M+2)\times\cdots\times(M+N-1)$が8で割り切れるかどうかを調べ，その結果を出力する［プログラム１］を作成した。ただし，INT(X)はXを超えない最大の整数を表す関数である。

［プログラム１］

```
100 INPUT PROMPT "M=":M
110 INPUT PROMPT "N=":N
120 ア
130 FOR I=0 TO イ
140     LET X=X*(M+I)
150 NEXT I
160 IF ウ THEN
170    PRINT "8で割り切れます"
180     エ
190 END IF
200 PRINT "8で割り切れません"
210 END
```

＜解説＞

(1)

ア ⓪

Xを1とすればI＝0でX＝Mになるので，アに当てはまるものは，LET X＝1

イ ②

IはN−1まで変化するので，イに当てはまるものは，N−1

ウ ④

160では，$X=M\times(M+1)\times(M+2)\times\cdots\times(M+N-1)$となっている。これが8で割り切れるかどうかを調べるのだから，ウに当てはまるものは，X−INT(X/8)*8=0

エ ⑤

8で割り切れることがわかったのだから，次はプログラムの終了である。

したがって，エに当てはまるものは，GO TO 210

(2)

オ 5　カ 4

［プログラム１］を実行したとき，「8で割り切れます」と出力されるような変数M，Nへの入力について，M＋Nの値の最小値は5である。なぜなら，8で割り切れる，連続する数の積で最小の数は，1×2×3×4あるいは2×3×4である。このときM＝1，N＝4あるいはM＝2，N＝3である。したがって，M＋Nの値の最小値は5である。

また，変数Mにどんな自然数を入力しても，つねに「8で割り切れます」と出力されるような変数Nへの入力がある。このような変数 Nへの入力のうち，最小の自然数は4である。なぜなら，連続する4個の数には，必ず2の倍数と4の倍数が含まれるからである。N＝3では，M＝1すなわち1×2×3のとき8で割り切れない。

（問題続き）

二つの自然数MとLが与えられたとき，条件

「NはL以下の自然数であり，かつMから始まるN個の連続する自然数の積

$M\times(M+1)\times(M+2)\times\cdots\times(M+N-1)$は$2^N$で割り切れるが

2^{N+1}では割り切れない」・・・・(＊)

を満たすNの個数を求めたい。そのために，［プログラム１］を変更して，［プログラム２］を作成した。ただし，100行と，120行から150行まで，190行，210行は変更していない。

［プログラム２］

```
100 INPUT PROMPT "M=":M
110 INPUT PROMPT "L=":L
112 キ
114 FOR N=1 TO L
120     ア
130     FOR I=0 TO イ
140         LET X=X*(M+I)
150     NEXT I
152     LET K=2^N
160     IF ク THEN
170         LET K=K*2
```

```
180            IF ケ THEN
182               コ
184            END IF
190        END IF
200  NEXT N
202  PRINT "求める個数は";C
210  END
```

(3)

キ ⓪

CはNの個数を数える変数だから，初めに0にしておくので，キに当てはまるものは， LET C=0

ク ④

XがK$=2^N$で割り切れるかどうか調べるのだから，クに当てはまるものは，X－INT(X/K)*K=0

ケ ⑤

XがK$=2^{N+1}$で割り切れないかどうか調べるのだから，ケに当てはまるものは,

X－INT(X/K)*K＞0。

コ ③

Xが2^Nで割り切れ，2^{N+1}では割り切れないのだから，このNは条件 (＊)に該当する。したがって,

該当するNの個数を数える変数Cを一つ増やす。コに当てはまるものは，LET C=C+1

(4) サ 2

［プログラム 2］を実行し，変数Mに4，変数Lに5を入力したとき，202行で出力される変数Cの値はサである。

1≦N≦5のN個の連続する自然数の積について,

N=1では4，2^1でも2^{1+1}でも割り切れるので，条件(＊)に該当しない。

N=2では4×5，2^2で割り切れるが2^{2+1}では割り切れないので，(＊)に該当する。

N=3では4×5×6，2^3で割り切れるが2^{3+1}では割り切れないので，(＊)に該当する。

N=4では4×5×6×7，2^4で割り切れないので，(＊)に該当しない。

N=5では4×5×6×7×8，2^5でも2^{5+1}でも割り切れるので，(＊)に該当しない。

以上から，条件(＊)に該当するNはN=2，3であるから，変数Cの値は2である。

(5) サ ②

［プログラム 2］において，条件(＊)を満たすNの値を全て出力するためには，たとえば，シに

PRINT N

という行を挿入すればよい。

条件(＊)を満たすNは160行と180行で調べられるのだから，Nの値を全て出力するためには，180行と182行の間に PRINT N という行を挿入すればよい。

コメント：プログラムによる自然数演算の理解を問う問題。もちろんプログラムだけでなく，自然数を扱う数学的能力も問われる。教科書に出ているレベルのプログラムだから，決して難しいものではない。日ごろ，プログラムに親しんでいるかどうかによって，解答のスピードは相当に左右されるであろう。

さて，この問題のポイントは自然数の除算で割り切れるかどうか，割り切れないかどうかの判断のプログラムである。自然数の除算で割り切れるかどうか，のプログラム技法は教科書に記載されている。問題ケで，割り切れないかどうか，のプログラム記述が求めらている。

XがKで割り切れなければ，INT( )の定義により，$\mathrm{INT}(X/K)<X/K$,

したがって，$X-\mathrm{INT}(X/K)*K>X-(X/K)*K=0$

したがって，$X-\mathrm{INT}(X/K)*K>0$ が割り切れない条件となる。

＜総評＞

問題の構成は昨年とほぼ同様だ。すべて，教科書の記載に応じた基本的な問題である。教科書をしっかり理解し，過去問や類似問を繰り返し解き，分からない箇所は教科書に戻って学ぶことを繰り返すことが，高得点につながるであろう。

第１問　数学Ⅱの第１問に同じ。難易度は[１]はC，[２]はＢ＋

第２問　数学Ⅱの第２問に同じ。難易度はＢ

第３問　等差数列の一般項および和，等比数列の一般項の導出に関する問題。難易度はＢ＋

第４問　立体図形のベクトルによる取扱いの問題。難易度はＢ＋

第５問　データ処理に統計の基礎知識を応用する問題。難易度はＢ

第６問　自然数演算の過程を実現して結果を得るプログラムに関する問題。難易度はＢ

120212