平成22年度（2010）センター試験　数学Ⅱ　数学Ⅱ･数学Ｂ解説

数学Ⅱ

第１問

[１]ア 7　イウ 12　エ 7　オカ 12　キ 3　ク 4　ケ 8　コサ 16

$$xy=128 \qquad ①$$

$$\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_2 y}=\frac{7}{12} \qquad ②$$

①の両辺で2を底とする対数をとると

$$\log_2 x+\log_2 y=\log_2 128=\log_2 2^7=7$$

②を通分すると，$\dfrac{\log_2 x+\log_2 y}{(\log_2 x)(\log_2 y)}=\dfrac{7}{12}$　だから　$(\log_2 x)(\log_2 y)=12$

$\log_2 x$，$\log_2 y$は2次方程式$(t-\log_2 x)(t-\log_2 y)=0$の解だから，

$$t^2-(\log_2 x+\log_2 y)t+(\log_2 x)(\log_2 y)=t^2-7t+12=0 \qquad ③$$

$t^2-7t+12=(t-3)(t-4)=0$　だから　$t=3$　または　$t=4$

$\log_2 x=3$とすれば$x=2^3=8$，$\log_2 y=4$とすれば$y=2^4=16$

コメント：対数演算の基礎的な問題である。

[２]シ ①　ス 6　セソ 10　タ 1　チ 2　ツ 2　テ 4　ト 8　ナ 4　ニ 2　ヌネ −1　ノ 5　ハ 4

$$\sin 4\theta=\cos\theta \quad \left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right) \qquad ①$$

図１に示すように，一般にすべてのxについて$\cos x=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$である。このことは，

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=\sin\dfrac{\pi}{2}\cos x-\cos\dfrac{\pi}{2}\sin x=\cos x$からも明らかである。

したがって$\sin 4\theta=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)$だから，

$4\theta=\dfrac{\pi}{2}-\theta$または$4\theta=\pi-\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)$となり，

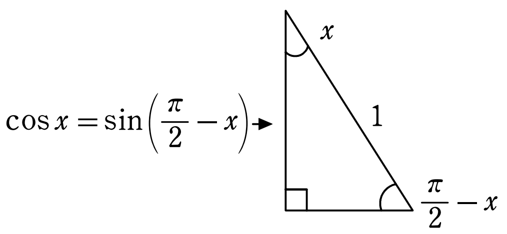

図１

①を満たすθは$\theta=\dfrac{\pi}{6}$または$\theta=\dfrac{\pi}{10}$である。

$\sin\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{1}{2}$である。$\sin\dfrac{\pi}{10}$を求める。

①より$2\sin 2\theta\cos 2\theta=\cos\theta$となり，左辺を2倍角の公式$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$，

$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$を用いて変形すれば

$$(4\sin\theta-8\sin^3\theta)\cos\theta=\cos\theta$$

ここで$\cos\theta>0$であるから

$$8\sin^3\theta-4\sin\theta+1=0 \qquad ②$$

$\sin\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{1}{2}$は②の解だから，②は$(2\sin\theta-1)(4\sin^2\theta+2\sin\theta-1)=0$と因数分解され，$\theta=\dfrac{\pi}{10}$の

場合は$\sin\theta \fallingdotseq \frac{1}{2}$であるから，

$$4\sin^2\theta+2\sin\theta-1=0$$

この$\sin\theta$に関する二次方程式を解くのだが，$\sin\frac{\pi}{10}>0$より，

$$\sin\frac{\pi}{10}=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$$

となる。

コメント：三角関数に関する基礎的な問題である。2倍角の公式を覚えていなければならない。落着いて式を追っていけば良い。

第２問

（1）ア２　イウ12　エオ18　カ１　キク−8　ケ３　コ０　サ０　シス−8　セ１　ソ３　タ１

点Q $(t,\ -t^3+9t^2+kt)$は曲線C上の点であるから，点Qと点P（1, 0）とを通る直線が接線である。点Qにおける接線の傾きは$(-3t^2+18t+k)$であるから，これを直線PQの傾きと等しいとおけば，

$\frac{-t^3+9t^2+kt}{t-1}=-3t^2+18t+k$だから　$-2t^3+12t^2-18t=k$　が成り立つ。

$p(t)=-2t^3+12t^2-18t$，$p'(t)=-6t^2+24t-18=-6(t-3)(t-1)$だから，

関数$p(t)$は$t=1$で極小値-8をとり，$t=3$で極大値0をとる。

$p(t)$は図２のようになるから，$k=0$または-8のとき$p(t)=k$は二つのtを解としてもつから，点Pを通るCの接線の本数は2本となる。$k=5$のときは解は一つだから接線の本数は1本，$k=-2$のときは解は三つだから3本，$k=-12$のときは解は一つだから1本となる。

（2）チ０　ツ７　テ３　トナ21　ニ２

$k=0$で曲線Cは$y=-x^3+9x^2$，曲線D $y=-x^3+6x^2+7x$との交点のx座標は，

$-x^3+9x^2=-x^3+6x^2+7x$から$x\left(x-\frac{7}{3}\right)=0$となるから，$x=0$と$x=\frac{7}{3}$である。

図３に示すように，$-1\leqq x\leqq 2$の範囲で曲線CとDに囲まれる図形は$-1\leqq x\leqq 0$のS_1と$0\leqq x\leqq 2$のS_2の二つに分かれる。

$$S_1=\int_{-1}^{0}\{(-x^3+9x^2)-(-x^3+6x^2+7x)\}dx=\int_{-1}^{0}(3x^2-7x)dx=\left[x^3-\frac{7}{2}x^2\right]_{-1}^{0}=\frac{9}{2}$$

$$S_2=\int_{0}^{2}\{(-x^3+6x^2+7x)-(-x^3+9x^2)\}dx=\int_{-1}^{0}(-3x^2+7x)dx=\left[-x^3+\frac{7}{2}x^2\right]_{0}^{2}=6$$

面積$S=S_1+S_2=\frac{21}{2}$

コメント：三次関数の微分，積分に関する問題である。点Qが曲線C上の点であることに注意する。直線PQが曲線Cの接線となる条件を求めることがポイントとなる。kの値によって，条件を満たすtの値の個数が異なる。この個数は接線の本数であることに注意する。三次関数のグラフを大雑把に描いて，問題の本質を捉えるようにすると良い。

（2）は二つの三次関数によって囲まれる図形の面積を求める問題である。曲線CとDの交点を求

めることが面積を求めることにつながっている。やはり二つのグラフを描くことが解答には重要である。

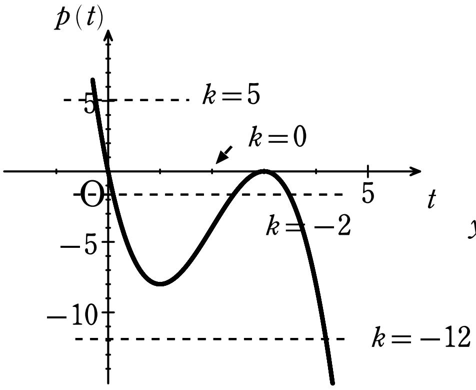

図2

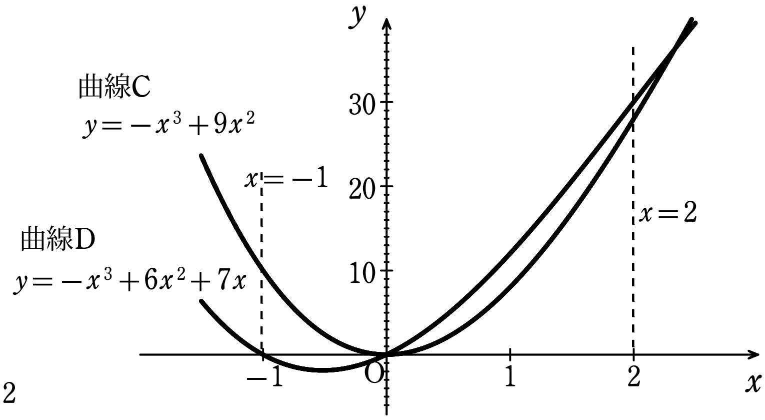

図3

第3問　ア1　イ4　ウ5　エ2　オ2　カ2　キ1　ク1　ケ1　コ2　サ1　シ0　ス4　セ1　ソ1　タ2　チ9　ツ1　テト50

3点A，B，Pを通る円Cの中心Qは線分ABの垂直2等分線上にある。垂直2等分線は$y=1$である。点Qの座標は（t，1）であるから

$AQ^2=(2-t)^2+(0-1)^2=t^2-4t+5$

$PQ^2=(s-t)^2+(-s-1)^2=t^2-2st+2s^2+2s+1$

$s\neq t$のとき，点P$(s,-s)$と点Q$(t,1)$を結ぶ直線PQの傾きは$\dfrac{1+s}{t-s}$である。

直線lの傾きは-1であるから，直線PQと直線lは垂直なので$\dfrac{1+s}{t-s}=1$となり

$t=2s+1$となる。$AQ^2=PQ^2$であるから，$t^2-4t+5=t^2-2st+2s^2+2s+1$を解くと，$s^2-4s=0$となり，$s=0, 4$となる。

$s=0$のとき$t=1$で，円の中心Qの座標は$(1,1)$であるから，円Cの方程式は

$(x-1)^2+(y-1)^2=(2-1)^2+(0-1)^2=2$

$s=4$のとき$t=9$で，円の中心Qの座標は$(9,1)$であるから，円Cの方程式は

$(x-9)^2+(y-1)^2=(2-9)^2+(0-1)^2=50$

図4にこれらの円のグラフ等を示す。

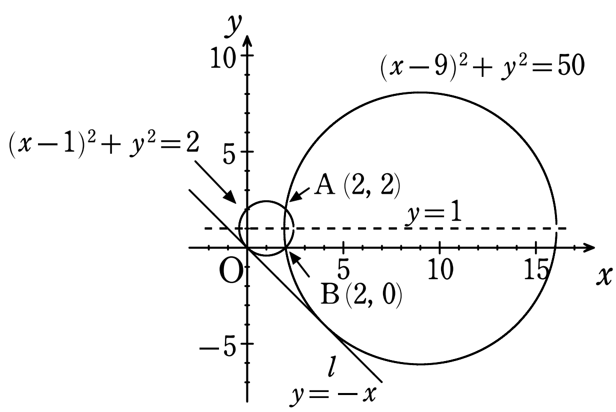

図4

コメント：直線の傾き，二つの直線が垂直であるときの傾きどうしの関係，円の方程式などの基本事項は頭に入れておくこと。

第４問

a, bを実数とし，xの3次式

$P(x)=x^3-ax^2-bx-1+a+b$

$Q(x)=x^3-2bx^2-4(1-a-b)x-8a$

（1）ア 1　イ 1　ウ 2　エ 2　オ 1　カ a　キ 2　ク b　ケコ 4a

$P(x)$と$Q(x)$をa, bについて整理する。

$P(x)=-(x^2-1)a-(x-1)b+x^3-1=-(x+1)(x-1)a-(x-1)b+(x-1)(x^2+x+1)$

$Q(x)=4(x-2)a-2(x^2-2x)b+x^3-4x=4(x-2)a-2(x-2)xb+(x+2)(x-2)x$

$P(x)$は$(x-1)$が共通因子だから，これを括り出して因数分解すると

$P(x)=(x-1)\{x^2+(1-a)x+1-a-b\}$

$Q(x)$は$(x-2)$が共通因子だから，これを括り出して因数分解すると

$Q(x)=(x-2)\{x^2+2(1-b)x+4a\}$

（2）サシ -1　スセ 5a　ソ 1　タチ 11　ツ 6　テ 5　ト 2　ナニ 11　ヌ 4

虚数αが$P(\alpha)=0$と$Q(\alpha)=0$を満たすとき

$P(\alpha)=(\alpha-1)\{\alpha^2+(1-a)\alpha+1-a-b\}=0$であり，$(\alpha-1)\fallingdotseq 0$であるから

$\alpha^2+(1-a)\alpha+1-a-b=0$　　(1)

$Q(\alpha)=(\alpha-2)\{\alpha^2+2(1-b)\alpha+4a\}=0$であり，$(\alpha-2)\fallingdotseq 0$であるから

$\alpha^2+2(1-b)\alpha+4a=0$　　(2)

(1)−(2)によって，$(-1-a+2b)\alpha+1-5a-b=0$

ここで，a, bが実数であり，かつαが虚数であることから

$-1-a+2b=0$，$1-5a-b=0$，となり，この連立方程式を解くと

$a=\dfrac{1}{11}$，　$b=\dfrac{6}{11}$

すると(1), (2)式はともに　$\alpha^2-\dfrac{10}{11}\alpha+\dfrac{4}{11}=0$　となる。βをαの逆数、すなわち$\beta=\dfrac{1}{\alpha}$とすれば,

$\left(\dfrac{1}{\beta}\right)^2-\dfrac{10}{11}\left(\dfrac{1}{\beta}\right)+\dfrac{4}{11}=0$　だから，$\dfrac{4}{11}\beta^2-\dfrac{10}{11}\beta+1=0$ すなわち $\beta^2-\dfrac{10}{4}\beta+\dfrac{11}{4}=0$となる。

したがってαの逆数βは2次方程式

$x^2-\dfrac{10}{4}x+\dfrac{11}{4}=0$

の解である。

コメント：3次式の因数分解，2次方程式の解の性質などに関わる問題である。（２）ではαが虚数であることから，2次方程式を導くことに注意する。

数学Ⅱ・数学B

第1問（必答問題）　数学Ⅱの第1問に同じ

第2問（必答問題）　数学Ⅱの第2問に同じ

第3問（選択問題）

自然数の列を次のように群に分ける。

1 | 2, 3, 4, 5 | 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 |

第1群　第2群　第3群

ここで一般に第n群は$(3n-2)$個の項からなる。第n群の最後の項をa_nで表す。

（1）アイ 22　ウ 3　エ 2　オ3　カ2　ク 1　ケ 2　コサ 21　シス 10

第n群には$(3n-2)$個の項があるから，

$$a_n-a_{n-1}=3n-2 \qquad (n=2,\ 3,\ 4,\cdot\cdot\cdot)$$

したがって$\sum_{k=2}^{n}(a_k-a_{k-1})=\sum_{k=2}^{n}(3k-2)$

左辺は$(a_n-a_1)=a_n-1$,

右辺は$\sum_{k=1}^{n}(3k-2)-(3-2)=\sum_{k=1}^{n}3k-2n-1=\dfrac{3n(n+1)}{2}-2n-1=\dfrac{n(3n-1)}{2}-1$

したがって　$a_n=\dfrac{3n^2-n}{2}=\dfrac{3}{2}n^2-\dfrac{1}{2}n$

600がk群に属しているとすれば　$a_{k-1}<600\leqq a_k$　だから,

$\dfrac{3}{2}(k-1)^2-\dfrac{1}{2}(k-1)<600\leqq\dfrac{3}{2}k^2-\dfrac{1}{2}k<\dfrac{3}{2}k^2$　となるので，$600<\dfrac{3}{2}k^2$より$k>20$となる。

$k=20$では　$\dfrac{3}{2}k^2-\dfrac{1}{2}k=590<600$　だから$k=21$でなければならない。21群は$590+1=591$から始まるから，600は第21群の小さい方から10番目の項である。

（2）セ 3　ソ 2　タ 2　チ 3　ツ 2　テ 2　ト 3　ナ 1　ニ 2　ヌ 3　ネ 3

第$(n+1)$群の小さい方から$2n$番目の項をb_nとすれば

$$b_n=a_n+2n=\frac{3n^2-n}{2}+2n=\frac{3}{2}n^2+\frac{3}{2}n$$

$$\frac{1}{b_n}=\frac{2}{3(n^2+n)}=\frac{2}{3}\frac{1}{n(n+1)}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{b_k}=\frac{2}{3}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)=\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{2n}{3n+3} \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\cdot\cdot\cdot)$$

コメント：数列の問題である。$a_n-a_{n-1}=3n-2$からa_nを求める一般的な方法は覚えておくこと。b_nの逆数の数列を求める方法は誘導的となっている。

第４問（選択問題）

（１）ア０　イ１　ウ２　エａ　オｂ　カ０

$\vec{p}$と$\vec{q}$, $\vec{p}$と$\vec{r}$は直交し、かつそれぞれ長さは1だから$\vec{p}\cdot\vec{q}=\vec{p}\cdot\vec{r}=\cos\dfrac{\pi}{2}=0$,

また$\vec{q}$と$\vec{r}$の交角は$\dfrac{\pi}{3}$だから$\vec{q}\cdot\vec{r}=\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$である。

ベクトル$\overrightarrow{XY}$は平面ＡＢＦＥ上にあるから，$\overrightarrow{XY}=(1-a)\vec{p}+b\vec{r}$

$\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AC}$だから$\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AE}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)-\overrightarrow{AE}=\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}$

$\overrightarrow{XZ}=\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\vec{q}+\vec{r}$

したがって

$$\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{XZ}=\left(\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right)\cdot\left(\vec{q}+\vec{r}\right)=\vec{p}\cdot\left(\vec{q}+\vec{r}\right)+\left(\vec{q}-\vec{r}\right)\cdot\left(\vec{q}+\vec{r}\right)=\vec{p}\cdot\vec{q}+\vec{p}\cdot\vec{r}+\vec{q}^{2}-\vec{r}^{2}=0+0+1-1=0$$

（２）キ２　ク２　ケ３　コ４　サ４　シ２　ス５　セ８　ソ５　タ２　チ８

$\overrightarrow{EC}$と三角形XYZの2辺が垂直であるということは，$\overrightarrow{EC}$と$\overrightarrow{XY}$とが直交するということである。

したがって,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{XY}&=\left(\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right)\cdot\left\{(1-a)\vec{p}+b\vec{r}\right\}=(1-a)\left(\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right)\cdot\vec{p}+b\left(\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right)\cdot\vec{r}\\&=(1-a)\vec{p}\cdot\vec{p}+(1-a)\vec{q}\cdot\vec{p}-(1-a)\vec{r}\cdot\vec{p}+b\vec{p}\cdot\vec{r}+b\vec{q}\cdot\vec{r}-b\vec{r}\cdot\vec{r}\\&=(1-a)+\frac{1}{2}b-b=1-a-\frac{1}{2}b=0\end{aligned}$$

したがって$2a+b=2$が成り立つ。

以下で$b=\dfrac{1}{2}$とすれば，$a=\dfrac{3}{4}$である。

$\overrightarrow{EK}=c\overrightarrow{EC}=c\left(\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right)$だから，$\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AE}+c\overrightarrow{EC}=\vec{r}+c\left(\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right)$となる。

一方，点Kは平面α上にあるから，$\overrightarrow{AK}$は実数s, tを用いて

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AK}&=\overrightarrow{AX}+s\overrightarrow{XY}+t\overrightarrow{XZ}=a\vec{p}+s\left\{(1-a)\vec{p}+b\vec{r}\right\}+t\left(\vec{q}+\vec{r}\right)\\&=\left\{a+(1-a)s\right\}\vec{p}+t\vec{q}+(sb+t)\vec{r}=\left(\frac{1}{4}s+\frac{3}{4}\right)\vec{p}+t\vec{q}+\left(\frac{1}{2}s+t\right)\vec{r}\end{aligned}$$

したがって

$c=\left(\dfrac{1}{4}s+\dfrac{3}{4}\right)$，$c=t$，$1-c=\dfrac{1}{2}s+t$となるから，これを解いて$c=\dfrac{5}{8}$である。

距離$\left|\overrightarrow{EK}\right|=\left|c\overrightarrow{EC}\right|=\dfrac{5\sqrt{2}}{8}$となる。

ただし
$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{EC}\right|&=\left|\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right|=\sqrt{\left(\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right)\cdot\left(\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}\right)}=\sqrt{\vec{p}\cdot\vec{p}+2\vec{p}\left(\vec{q}-\vec{r}\right)+\left(\vec{q}-\vec{r}\right)\cdot\left(\vec{q}-\vec{r}\right)}\\&=\sqrt{1+\vec{q}\cdot\vec{q}-2\vec{q}\cdot\vec{r}+\vec{r}\cdot\vec{r}}=\sqrt{1+1-1+1}=\sqrt{2}\end{aligned}$$

コメント：立体図形をベクトル表示して，辺の長さ等をベクトルの和や内積によって計算させる問題である。立体図形上の点や辺を正しく置いて，それらをベクトル表示しながら計算していく。考慮する点や辺の数が多いので，だんだんと煩瑣になって根負けしないように，丁寧に取り組まないとミスが出やすい。時間の制約の中では，なかなか対処しにくく，根気を問う問題でもある。

第５問（選択問題）

（1）アイ 45　ウ 0　エオ 44　カ 0　キク 45　ケ 5

第1グループに属する10人の右手の握力について平均値Ａは45.0kgである。迅速に平均値を求めるには，数値全体を大雑把に見て，平均値に近い値を予想する。そして予想値と各値との差の平均を求め，予想値に加減すれば良い。この場合予想値を45.0と設定するのが自然である。

20人全員の右手の握力の平均値Mは44.0kg，中央値は45.5kgである。両グループとも人数は10人と同じだから，平均値はそれぞれの平均値，45.0と43.0の平均値44.0となる。中央値は，人数が偶数だから，下から（あるいは上から）10番目と11番目の値の平均値である。10番目が45kg，11番目が46kgだから中央値は45.5kgである。

（2）コサシ 300　ス 6　セ 0

右手の握力について，20人全員の平均値Mからの偏差の2乗の和を二つのグループそれぞれについて求めると，第1グループでは300であり，第2グループでは420である。したがって20人全員の右手の握力について，標準偏差Sの値は$\sqrt{\dfrac{300+420}{20}}=6.0$

（3）ソタ 14　チツ 19

$t=1$のとき$M-tS=44.0-6.0=38.0$，$M+tS=44.0+6.0=50.0$だから，$N(1)=12$

$t=2$のとき$M-tS=44.0-12.0=32.0$，$M+tS=44.0+12.0=56.0$だから，$N(2)=19$

（4）テト 39　ナ 5　ニヌ 47　ネノ 40

左手の握力の平均値Dは，右手の握力の平均値43.0，左右の握力の平均値41.25だから，

$\mathrm{D}=41.25\times2-43.0=39.5$kg

BとCを除いた左手の握力の下から5番目の握力が41と中央値40.5より大きいので，これは下から6番目の握力である。中央値が40.5kgであるためには，Cが5番目の握力で40kgとならねばならない。さらに平均値が39.5kgであるということは，10人の握力と平均値39.5との差分を足して0ということだから，Bが47kgとなることが分る。

（5）ハ ①　ヒ ②　フ ①

握力の平均値を横軸に，絶対値を縦軸にとった相関図（散布図）として適切なものは①である。なぜなら，平均値の最大は50で2人であるから，⓪と②は棄却される。③は50が3人なので棄却される。①は平均値と対応する差の絶対値の関係が正しい。

相関係数の値は②0.0に最も近い。したがって，この20人については，①握力の平均値が増加するとき，握力の差の絶対値が増加する傾向も減少する傾向も認められない。

コメント：データの統計処理の問題である。このような統計処理は，職業生活のいろいろな場面で扱う可能性が高いから，重要である。多くの数字を迅速に処理しなければならないから，平均値，中央値，標準偏差等の値の算出方法が的確に分っていなければならない。

（1）では人数が奇数の場合には真ん中の人の値として中央値が一つ定まる。しかし偶数の場合の

中央値は，中央に位置する二つの値の平均値となることを理解していなければならない。

（2）平均値$M=\dfrac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{n}$，標準偏差$S=\sqrt{\dfrac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-M)^2}{n}}$であることを知っていなければならない。

平均値Mからの偏差の2乗をそれぞれ計算して，その和を求める。第1グループについて300と求めたら，第2グループの偏差の2乗和420を加えて人数20で割って，そのルートを求めることになる。

（3）$M-tS<x_k<M+tS$になるx_kを数える。

（4）ここではD→C →Bの順序で値を定めることになる。CとBを求める考え方と計算がやや煩瑣であるが，落着いて丁寧に処理すること。難しい内容ではない。

（5）それぞれの人の「右手と左手の握力の平均値」と「右手と左手の握力の差」との相関を考える問題である。相関とは，二つの事象の関係性を示す指標で，一方が増えれば他方も増えるなどの関係を捉えるものである。

まずは4つの相関図から適切なものを選ぶのだが，大雑把に見て違いを見つける。横軸の値が50までと55を超えているものの二つに分かれる。「右手と左手の握力の平均値」は50以下であることが表から分る。ここで①と③が選ばれる。両者にはいくつかの違いがある。平均値の最小値32で差が2と6だが，表から2である。①が選ばれる。

①の相関係数は，図にはほとんど相関が見られない（差の絶対値は平均値には依存していない）ので，②の0.0が選ばれる。

やや危険であるが，考慮時間が不足している場合は，両者には相関が少ないないであろうと考えて、相関が最も見られない①を直感的に選択することが考えられる。⓪には負の相関，②には正の相関，③には負の相関が見られる。

第６問（選択問題）

（1）ア 3

$a+b+c=N$，$a \leqq b \leqq c$だから，aのとり得る値は$\dfrac{N}{3}$以下の自然数である。

（2）イ 6　ウ 6

$N=20$のとき，aのとり得る最大の数は$\dfrac{20}{3}$以下の自然数だから6である。

さらに$a=3$のとき，$b, c\ (3 \leqq b \leqq c)$の組は，$b+c=20-a=17$だから，$3 \leqq b \leqq 8$となって，全部で6個である。

（3）エ ⑤　オ 4　カキ 14

```
100 INPUT N
110 LET X=0
120 FOR A=1 TO INT(N/3)
130     LET [エ]
140 NEXT A
150 PRINT "N=";N;"のとき，総数は";X;"通りである "
160 END
```

あるaに対して，bはaからINT((N−a)/2)までの整数をとり得るから，すなわち {INT((N−a)/2)−a＋1} 個の整数をとるから $\boxed{エ}$ に入るのは X=X+INT((N−A)/2)−A+1 となる。

N=13を入力したとき，aは1からINT(13/3)=4まで変化するから，130行は4回実行される。

$a=1$のときINT((13−a)/2)−a+1=6，$a=2$のときは4，$a=3$のときは3，$a=4$のときは1だから150行で出力されるXの値は6+4+3+1=14である。

（4）ク ④　ケ ④　コ ②　サ ⑤　シ 5

```
131   FOR B=[ク]
132       LET C=[ケ]
133       IF [コ]  THEN
134          PRINT "(";A;",";B;",";C;")"
135          LET [サ]
136      END IF
137   NEXT B
```

$\boxed{ク}$ bの変化する範囲はaからINT((N−a)/2)までである。

$\boxed{ケ}$ $c=N-a-b$である。

$\boxed{コ}$ $c<a+b$であれば，三角形の三辺の条件を満足する。

$\boxed{サ}$ IF文の中で一組のa, b, c が決定される。

$\boxed{シ}$ $a=1, 2, 3, 4$　だから　$b+c=N-a=12, 11, 10, 9$

$a=1$　$b=12-c\leqq c$　$c\geqq 6$　$a+b=13-c.>c$　$c\leqq 6$　→　$(b, c)=(6, 6)$

$a=2$　$b=11-c\leqq c$　$c\geqq 6$　$c\leqq 6$　→　$(b, c)=(5, 6)$

$a=3$　$b=10-c\leqq c$　$c\geqq 5$　$c\leqq 6$　→　$(b, c)=(5, 5), (4, 6)$

$a=4$　$b=9-c\leqq c$　$c\geqq 5$　$c\leqq 6$　→　$(b, c)=(4, 5)$

コメント：アルゴリズム（算法）とプログラムに関する問題である。もちろんプログラム経験がないと，対応は非常に困難である。対象とする課題は単純なものだが，プログラムによって求める場合には独特の方法がある。

（3）FOR～NEXT は$a=1$からINT(N/3)までaを1ずつ増やしながら，～を繰り返す。

（4）自然数Nを三角形の三辺の和として表現できる場合の数を求めるプログラムに変更する課題となっている。aを変化させるFOR～NEXT の中にbを変化させるFOR～NEXT を入れて，a, b, c が三角形の三辺の条件を満足するかを判定する。その条件を満足する場合に一つ数える。